

Kurssitentti ja tentti 25.10.2017

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

Valitse viisi tehtävää seuraavista kuudesta tehtävästä.

(Jos kuitenkin vastaat kuuteen, jätetään parhaimman pistemäärän saanut tehtävä pois kokonaispisteistä.)

1. Määritä kaikki reaaliluvut $x \in \mathbb{R}$, joilla sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n} x^n$$

suppenee. Tutki myös mahdolliset suppenemisvälin päätepisteet.

2. Laske seuraavat raja-arvot:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{x^2} \quad \text{ja} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}.$$

3. Tarkastellaan yhtälön $f(x) = 0$ numeerista ratkaisemista Newtonin menetelmän avulla.

a) Selitä, miten menetelmään liittyvä palautuskaava

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

saadaan funktion kuvaajalle piirretyn tangenttisuoran avulla.

- b) Laske ensimmäinen askel x_1 yhtälölle $x^4 - 2 = 0$, kun $x_0 = 2$.

KÄÄNNÄ!

4. Määritä funktion $f(x) = e^x \sin 2x$ Maclaurin-polynomi $P_3(x)$.
(Maclaurin-polynomi = Taylor-polynomi, kun $x_0 = 0$)

5. Laske integraalit

$$\int_0^1 x^2 e^x dx \quad \text{ja} \quad \int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx.$$

Vihje: Jälkimmäiseen voi sijoittaa $x = u^2$.

6. Määritä differentiaaliyhtälön $y'' + y' - 6y = e^{2x}$ yleinen ratkaisu $y = y(x)$.

KÄÄNNÄ!