

## ELEC-C7220 Informaatioteoria

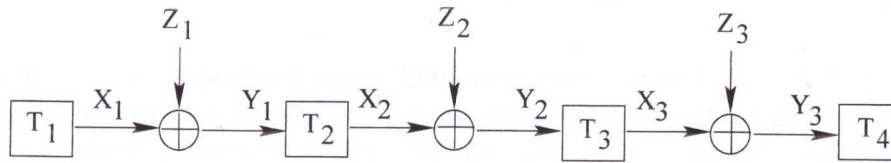
- (6p.) Entropia. Erittäin pimeään suihkulähteen pohjassa on kaksi kolikkoa. Kolikko B on tavanomainen kolikko mutta kolikolla A on kruuna kummallakin puolella. Poimitaan satunnaisesti kolikko suihkulähteestä ja heitetään sitä kahdesti. Olkoon  $X$  satunnaismuuttuja, joka kertoo valitun kolikon (A tai B). Olkoot  $Y_1$  ensimmäisen heiton tulos (Kr tai Kl),  $Y_2$  toisen heiton tulos sekä  $Z$  kruunien lukumäärä (0, 1 tai 2) näissä heitoissa.
  - Laske  $H(X, Y_2)$ .
  - Laske  $H(X|Z)$ .
  - Laske  $I(Y_1; Y_2)$ .
- (6p.) Lähdekoodaus. (Laskuharjoitustehtävä 3.4) Tarkastellaan satunnaismuuttujaa  $X$ , jolla on 4 mahdollista arvoa, joiden todennäköisyydet ovat

$$p = \left( \frac{7}{22}, \frac{6}{22}, \frac{5}{22}, \frac{4}{22} \right).$$

- Laske  $H(X)$ .
  - Laske  $X$ :lle binäärinen Huffmanin koodi.
  - Laske  $X$ :lle ternäärinen ( $q = 3$ ) Huffmanin koodi.
  - Laske  $X$ :lle Shannonin koodi.
  - Laske koodien (b)–(d) sanojen pituuden odotusarvo.
  - Selitä miksi koodin (c) sanojen pituuden odotusarvo voi olla pienempi kuin kohdassa (a) laskettu entropia.
- (6p.) Sovellukset. Selitä kattavasti mutta tiiviisti seuraavat asiat.
    - Miten häviöllinen ja häviötön pakkaus eroavat? Miten tehdä valinta näiden välillä?
    - Vesitäyttöprosessi (water-filling) rinnakkaisilla Gaussin kanavilla.
    - Universaalikoodaus (universal coding). Ota myös kantaa siihen miksi tarvitaan esimerkiksi Huffmanin koodaus kun meillä on universaalikoodaus, vai tarvitaako lainkaan?

JATKUU SEURAAVALLA SIVULLA

4. (6p.) Kanavan kapasiteetti. Tarkastellaan kuvan 1 tietoliikennekanavaa, joka koostuu kolmesta peräkkäisestä Gaussin kanavasta.



Kuva 1: Peräkkäiset kanavat

Terminaali  $T_i$ ,  $i = 2, 3, 4$  vastaanottaa signaalin  $Y_{i-1}$ , dekodaa sen ja (tarvittaessa) koodaa sen lähetystä varten. Kohinan  $Z_i$  teho on kiinteä  $N_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  ja signaalin  $X_i$  teho on  $P_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ; vaaditaan, että  $P_1 + P_2 + P_3 \leq P$ .

- Kun olemme kiinnittäneet tehon  $P_i$ , mikä on kanavan  $T_i \rightarrow T_{i+1}$  kapasiteetti  $C_i$ ?
  - Kun olemme kiinnittäneet tehot  $P_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  mikä on kanavan  $T_1 \rightarrow T_4$  kapasiteetti  $C$ ? Esitä vastauksesi käyttämällä arvoja  $C_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .
  - Mikä on optimaalinen tapa jakaa tehot  $P_1, P_2, P_3$  kun halutaan maksimoida kanavan  $T_1 \rightarrow T_4$  kapasiteetti  $C$ ? Mikä on  $C$ :n suurin mahdollinen arvo?
5. (1p.) Oletko jo antanut kurssipalautetta tai tuletko antamaan? (Kyllä = 1p. Ei = 0p.)