

# KJR-C2002 Kontinuummekanikens grunder, tentamen 13.12.2017

1. Om  $\vec{r}$  är en Ortsvektor, vad är då  $\nabla\vec{r}$ ,  $\nabla\cdot\vec{r}$  och  $\nabla\times\vec{r}$ ? Använd de i kartesiska koordinater angivna formlerna

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ och } \nabla = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}.$$

2. Definiera en kropps hastighets- och accelerationskomponenter enligt Lagranges och Eulers formler, när rörelsen beskrivs

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \text{ där } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) & 0 \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1+kt \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}, \omega \text{ och } k \text{ är konstanter och } t \geq 0.$$

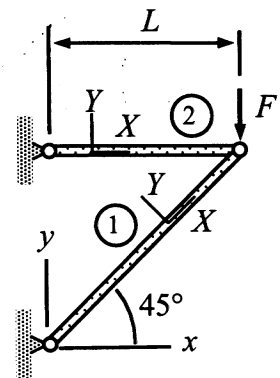
3. Vattenskotern på bilden rör sig med den konstanta hastigheten  $v$ .

Intagningen av vatten (densitet  $\rho$ ) sker genom en vågrät öppning i botten. Det inkommande vattnets hastighet är nära 0. En pump avlägsnar vattnet i form av en vågrät jetstråle med tvärsnittsarean  $A$  och volymströmmen  $Q [Q] = \text{m}^3/\text{s}$ .



Härled en sats för motorns dragkraft. Tillämpa principen för rörelsemängdens bevarande och visa tydligt ett föremål som du granskar under de närliggande tidpunkterna  $t$  och  $t + \Delta t$ .

4. Stavarna på bilden är fästa med leder vid stöden och varandra. Konstruktionen belastas av den lodräta kraften  $F$ . Tvärsnittsarean för den vågräta staven 2 är  $A$ , tvärsnittsarean för staven 1 är  $\sqrt{2}A$  och materialets elasticitetskoefficient är  $E$ . Beräkna stavarnas axialspanningar, axialtöjningar och förskjutningen av kraftens angreppspunkt.



5. Avståndet mellan de två horisontella planen på bilden är  $h$ . Det övre planets hastighet är konstant  $U$  och det nedre planet är i vila. Mellan planen finns vätska med konstant densitet  $\rho$  och viskositet  $\mu$ . En mätning vid det övre planet ger värdet  $p_h$  för trycket. Definiera vätskans hastighet  $v_x(y)$  och tryck  $p(y)$  utgående från Navier-Stokes ekvationer i kartesisk komponent form.

