

KJR-C2002 Kontinuumimekaniikan perusteet, tentti 13.12.2017

1. Jos \vec{r} on paikkavektori, niin mitä ovat $\nabla\vec{r}$, $\nabla\cdot\vec{r}$ ja $\nabla\times\vec{r}$? Käytä Karteesisen koordinaatiston esityksiä

$$\vec{r} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \text{ ja } \nabla = \begin{Bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{Bmatrix}.$$

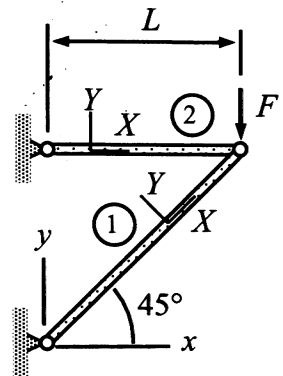
2. Määritä kappaleen nopeuden ja kiihtyvyyden komponenttien Lagrangen ja Eulerin esitykset, kun liikkeen kuvaus on

$$\vec{r} = \begin{Bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}, \text{ jossa } \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) & 0 \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1+kt \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}, \omega \text{ ja } k \text{ ovat vakioita ja } t \geq 0.$$

3. Kuvan esittämä vesiskootteri etenee vakiovauhdilla v . Veden (tiheys ρ) sisäänotto tapahtuu pohjassa olevan vaakasuoran aukon kautta. Sisääntulevan veden vauhti on likimain 0. Pumppu poistaa veden vaakasuuntaisena suihkuna, jonka poikkipinta on A ja tilavuusvirta Q [Q] = m^3/s . Johda moottorin työntövoiman lauseke. Sovella liikemäärän taseen periaatetta ja esitä selvästi kappale, jota tarkastelet läheisillä ajanhetkillä t ja $t + \Delta t$.



4. Kuvan sauvat on kiinnitetty nivelillä tukiin ja toisiinsa ja rakennetta kuormittaa pystysuora voima F . Vaakasauvan 2 poikkipinta-ala on A , sauvan 1 poikkipinta-ala $\sqrt{2}A$ ja materiaalin kimmokerroin E . Laske sauvojen aksiaalijännitykset, aksiaalivenymät ja voiman vaikutuspisteen siirtymä.



5. Oheisen kuvan kahden vaakasuoran tason välinen etäisyys on h . Ylemmän tason nopeus on vakio U ja alempi taso on levossa. Tasojen välissä on nestettä, jonka tiheys ρ ja viskositeetti μ ovat vakioita. Mittaus ylemmän levyn kohdalla antaa paineen arvoksi p_h . Määritä nesteen nopeus $v_x(y)$ ja paine $p(y)$ lähtien Navier-Stokes yhtälöiden Karteesisen koordinaatiston komponenttiesityksistä.

