

ELEC-E8104 Stochastic models and estimation (5 op)

Tentti/Exam 24.10.2017

Tentissä saa käyttää laskinta ja tentissä jaettua kaavakokoelmaa.

It is allowed to use the delivered Collection of important formulas for this course

1. a) Mikä on ML ja MAP estimaattoreiden oleellisin ero?
a) What is the most significant difference between ML and MAP estimators?
(1 p)

- b) Milloin estimaattori on harhaton?
b) When the estimator is said to be unbiased?
(1 p)

- c) Milloin kannattaa käyttää informaatiomuotoista Kalman suodatinta, milloin 'tavallista' formulointia?
c) In what cases it is beneficial to use Information filter, in what cases 'normal' Kalman filter?
(1 p)

- d) Mikä Kalman suodattimen kaavoissa kuvaa tilaestimaatin tarkkuutta?
d) In the Kalman filter equations, what describes the accuracy of state estimate?
(1 p)

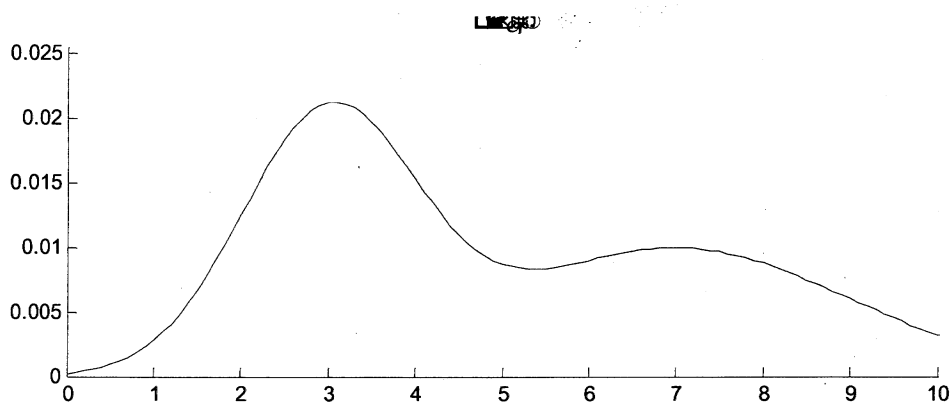
- e) Jos Kalman suodin toimii oikein, millaista jakaumaa mittausresiduaali noudattaa? Mitkä ovat jakauman parametrit? Tilan estimointi virheen kovarianssia on P , mittausvirheen kovarianssi on R ja mittausyhtälön kerroinmatriisi on H .
e) If the Kalman filter is working properly, what kind of distribution the measurement residual follows? What are the parameters of the distribution? State estimation error covariance is P , measurement error covariance is R and measurement equation coefficient is H .
(1 p)

- f) Miten ensimmäisen ja toisen asteen laajennetut Kalman suotimet eroavat "tavallisesta" Kalman suotimesta? Mitä riskejä on ensimmäisen tai toisen asteen laajennetun Kalman suotimen käytössä? Mitä voit sanoa optimaalisuudesta?
f) What are the differences between the first and second order extended Kalman filter and "normal" Kalman filter? What risks there are using first or second order extended Kalman filter? Are these different versions of filter optimal?
(1 p)

2. Kuvassa on todennäköisyysjakauma, joka on kahden normaalijakauman summa. Parametrit on annettu alla.
In the figure, there is a probability density function of a distribution that is a weighted sum of two Gaussian densities. The parameters are given below.

$$p(x|z) = \sum_{j=1}^2 p_j \mathcal{N}(x; x_j, P_j)$$

$$\begin{aligned} p_1 &= 0.5 & x_1 &= 3 & P_1 &= 1 \\ p_2 &= 0.5 & x_2 &= 7 & P_2 &= 2 \end{aligned}$$



Esitä kaavoja käyttäen MAP ja MMSE estimaattorit. Mitkä ovat estimaatit (estimaattorien arvot) tässä tapauksessa?
Present MAP and MMSE estimators using equations. What are the estimates (the values of the estimators) in this case?

(6 p)

3. Olkoon saatavissa kolme mittausnäytettä.
Let there be three measurements

	#1	#2	#3
input u	1	2	3
output y	3	5	6

Tunnetaan mallirakenne
The model structure is known

$$y = a * u + b$$

Kirjoita mittaukset matriisimuotoon $z=H*x$ ja estimoi tuntemattomat parametrit a ja b matriisimuotoisella pienimmän neliösumman ei-rekursiivisellä menetelmällä. Kaikilla mittauksilla on sama painoarvo.
*Write the measurements in matrix form $z=H*x$ and estimate the unknown parameters a and b using least squares non-recursive algorithm. All measurements have the same weight.*

(6 p)