

MS-A0509 Grundkurs i sannolikhetskalkyl och statistik

Deltentamen nr 1, 27.1.2016

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Examenprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Vid denna deltentamen är vanliga funktionsräknare samt Ilkka Mellins Formel- och tabellsamlingar tillåtna hjälpmedel.

Fråga om ni misstänker att det förekommer något tryckfel! Tentamenstiden är 2 timmar.

1. a) De 7 bokstäverna A,H,N,N,O,S,S finns i en urna. Phuxivatorn lyfter upp dem en och en utan återläggning. Beräkna sannolikheten att hon lyfter upp dem i ordningen HANSSON.
b) De 29 bokstäverna A,B,C,...,Å,Ä,Ö finns i en urna. Föreläsaren lyfter upp sju av dem utan återläggning. Beräkna sannolikheten att namnet METSALO kan bildas med dessa sju bokstäver.
Ge i bågge fallen exakta svaret. Svaret får gärna innehålla additioner, subtraktioner, multiplikationer, divisioner och rötter, men eventuella heltalspotenser, fakulteter och binomialkoefficienter måste skrivas ut.
2. Ett skumrask-företag säljer apparater, vars livslängder är exponentialfördelade med väntevärde 7 månader. Företaget ger visserligen en garanti på 3 år (36 månader), men det står bara på kassavittot, vars tryck bleknar bort fullständigt på 2 månader.
 - a) Beräkna sannolikheten för att en apparat går sönder inom 2 månader, så företaget kan bli tvunget att byta ut apparaten (för de har inga planer på att ge tillbaka några pengar!).
 - b) Beräkna sannolikheten för att en apparat håller den utlovade garantitiden på 3 år.
3. Knatte, Fnatte och Tjatte spelar ett litet hasardspel med en vanlig tärning med ögonantalen 1, 2, 3, 4, 5 resp. 6. Först kastar Knatte och om han får en 1:a, vinner han potten. I annat fall går turen till Fnatte. Om Fnatte då kastar en 2:a eller en 3:a, vinner han potten. I annat fall går turen till Tjatte. Om Tjatte då kastar en 4:a, 5:a eller 6:a, vinner han potten. I annat fall går turen till Knatte igen och spelet fortsätter som från början. Om Tjatte lägger 1 euro i potten, hur mycket måste Knatte och Fnatte lägga dit för att spelet skall vara rättvist?
4. En målarfirma skall måla utsidan av en oljecistern. Vid målningen inträffar det slumpmässiga fel (luftblåsor i färgen, små sprickor, då färgen torkar osv.). Antalet fel per areaenhet är Poisson-fördelat med väntevärde $2.5 \text{ fel}/\text{m}^2$. Oljecisternens area är 1000m^2 , så man kan förvänta sig att det kommer att uppstå ungefär 2500 fel. Använd normalapproximationen för att beräkna sannolikheten för att det uppstår fler än 2560 fel vid målningen.

Nyttiga (?) formler:

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}, \mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\},$$

$$0! = 1, n! = n \cdot (n-1)! \text{ för } n \in \mathbf{N} \Rightarrow m! = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \text{ för } m \in \mathbf{N},$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \text{ för } n, k \in \mathbf{N} \cup \{0\}, k \leq n.$$

$$X \sim Po(m), m > 0 \Rightarrow f(x) = Pr(X = x) = \frac{e^{-m} \cdot m^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

$$Y \sim Exp(\beta), \beta > 0 \Rightarrow f(y) = \frac{1}{\beta} \cdot e^{-y/\beta}, y \geq 0$$

Se även tabellen på baksidan.

TAULUKKO 1.2. STANDARDOITU NORMAALIJAKAUMA N(0,1)

Kertymäfunktion $\Phi(z)$ arvoja.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Esimerkki:

Jos $z = +0,49$, niin $\Phi(z) = \Pr(Z \leq +0,49) = 0,6879$.