KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, K2018

Välikoe 1 perjantai 6.4.2018 13:00-17:00

VASTAA JOKAISEEN TEHTÄVÄÄN (1-4) ERI PAPERILLE

SVARA PÅ VARJE UPPGIFT (1-4) PÅ SEPARAT PAPPER

ANSWER TO EACH TASK (1-4) ON SEPARATE PAPERS

FI Lue tehtävät huolellisesti. **Selitä tehtävissä eri vaiheet. Pelkät kaavat ja ratkaisu eivät riitä täysiin pisteisiin.**

SE Läs uppgifterna noggrant. **Förklara de olika stegen i uppgifterna. Det är inte tillräckligt att ha enbart formler och lösningen.**

EN Read the task statements carefully. **Explain the various steps of the solution process. It is not sufficient to have just the formulas and the solution.**

1. **FI** Vastaa lyhyesti (enintään muutama virke) seuraaviin kysymyksiin. Jokaisesta kohdasta 1p.
   a) Mitä ominaisuutta fluidin viskositeetti kuvaa?
   b) Osoita, että pystysuoraan pintaan vaikuttava voima voidaan laskea käyttäen painetta pinnan keskiössä.
   c) Mitä rajoitteita Bernoullin yhtälön soveltamiseen liittyy yleisessä tapauksessa?
   d) Mihin Reynoldsin kuljetuslausetta käytetään?
   e) Piirrä kuvitteellinen turbiinin nopeuskolmio ja selitä, mihin kolmion eri nopeuskomponentit liittyvät.
   f) Selitä, mistä termeistä Navier-Stokes yhtälöt koostuvat eli mitä eri termit kuvaavat.

   SE Svara kort (max. några meningar) på följande frågor. En poäng för varje punkt.
   a) Vilken egenskap beskriver viskositeten av en fluid?
   b) Visa, att den hydrostatiska kraften på en vertikal yta kan beräknas med hjälp av trycket vid centroiden av ytan.
   c) Vilka begränsningar sammanhänger med tillämpningen av Bernoulli ekvation i en allmän situation?
   d) Till vad använder man Reynolds transportteorem?
   e) Rita en fiktiv hastighettriangel av en turbin och förklara, vart de olika hastighetkomponenterna av triangeln är relaterade.
   f) Förklara, vilka termer Navier-Stokes ekvationer har, dvs. vad beskriver de olika termerna.

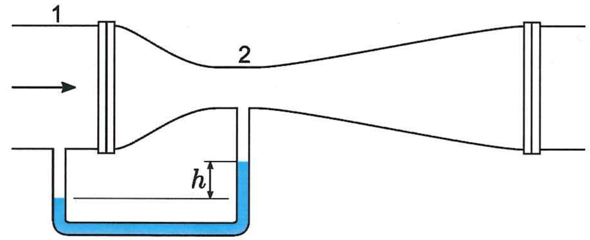
   EN Answer shortly (max. few sentences) to the following questions. One point for each item.
   a) Which characteristic does the viscosity of a fluid desribe?
   b) Show that the hydrostatic force acting on a vertical surface can be evaluated using the pressure at the centroid of the surface.
   c) Which limitations are related to the use of the Bernoulli equation in a general case?
   d) For what purpose can we use the Reynolds transport theorem?
   e) Draw an imaginary velocity triangle for a turbine and explain, what the velocity components in the triangle are related to.
   f) Explain, which terms the Navier-Stokes equations have, i.e. what do the different terms desribe.

2. **FI** Virtauksen nopeutta voidaan mitata kuvan mukaisen pyöreän venturiputken paine-eron perusteella. Oleta ajasta riippumaton, kitkaton ja kokoonpuristumaton virtaus, ja johda Bernoullin yhtälön avulla tilavuusvirralle Q alla oleva riippuvuus, jossa A_2 on putken kurkun kapeimman kohdan poikkipinta-ala, D_1 ja D_2 ovat poikkileikkauksien 1 ja 2 halkaisijat, ρ ja ρ_M ovat virtaavan fluidin ja manometrinesteen tiheydet ja g on putoamiskiihtyvyys. (6p)

   SE Strömningshastigheten kan mätas på basen av tryckskillnaden i det runda venturiröret som visas på bilden. Anta en jämn, friktionslös, inkompressibel strömning och härled med hjälp av Bernoulli's ekvationen det följande beroendeförhållandet för volymströmmen Q, där A_2 är arealen av den smalaste sektionen i röret, D_1 och D_2 är diametrarna av sektioner 1 och 2, ρ och ρ_M är densitet av den strömmande fluiden och fluiden i manometern och g är tyngdkraftsaccelerationen. (6p)

   EN The flow velocity can be measured based on the pressure difference in a round venturi-pipe shown in the figure. Assume a steady, inviscid and incompressible flow, and derive the following equation for the volume flow rate Q with the help of the Bernoulli equation. A_2 is the area of the smallest cross-section in the pipe, D_1 and D_2 are the diameters of sections 1 and 2, ρ and ρ_M are the densities of the flowing fluid and the manometer fluid and g is the gravitational acceleration. (6p)

$$Q = \frac{A_2}{\sqrt{1-(D_2/D_1)^4}}\sqrt{\frac{2gh(\rho_M-\rho)}{\rho}}$$



Kuva 1: Tehtävä 2

3. **FI** Suutin, josta vesi virtaa vapaana suihkuna, on asennettu pystysuoraan putkeen kuvan mukaisesti. Paine putken ja suuttimen liitoksessa on 40 kPa, kun tilavuusvirta on 0,1 m³/s. Suutin painaa 200 N, ja suuttimessa olevan veden (tiheys 999 kg/m³) tilavuus on 0,012 m³. Tehtävänäsi on määrittää suuttimeen kohdistuva tukivoima.

a) Piirrä kontrollitilavuus, jota voit käyttää voiman ratkaisemiseen. Määritä kuvassa tarkasti, miten kontrollitilavuus sijoittuu suhteessa suuttimeen. (1p)

b) Kuvaa (piirrä ja nimeä/selitä) kaikki valitsemaasi kontrollitilavuuteen vaikuttavat voimat. (1p)

c) Määritä tukivoiman pysty- ja vaakakomponentit. (4p)

SE En dys är monterad på ett vertikalt rör enligt bilden. Vatten strömmar ut som en fri stråle. Trycket vid sammanfogningen av röret och dysen är 40 kPa, då volymströmmen är 0,1 m³/s. Dysen väger 200 N, och volymen av vattnet (densiteten 999 kg/m³) i dysen är 0,012 m³. Uppgiften är att lösa stödkraften, som riktas mot dysen.

a) Rita kontrollvolymen, som du kan använda för att lösa kraften. Specifiera noggrant på bilden, hur kontrollvolymen är belägen jämfört med dysen. (1p)

b) Beskriv (rita och benämn/förklara) alla krafter, som påverkar på den utvalda volymen. (1p)

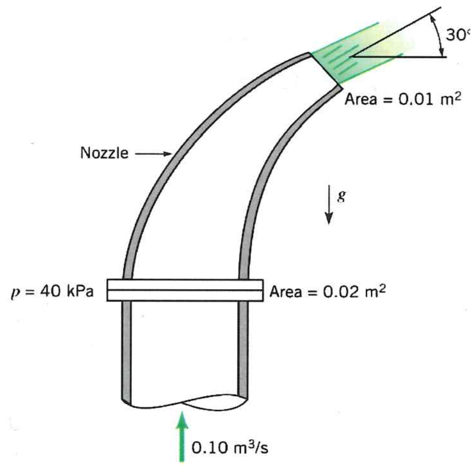
c) Bestäm de vertikala och horisontala komponenterna av stödkraften. (4p)

EN A nozzle is coupled to a vertical pipe according to the figure. The water flows out as a free jet. The pressure at the coupling between the pipe and the nozzle is 40 kPa, when the volume flow rate is 0,1 m³/s. The weight of the nozzle is 200 N, and the volume of the water (density 999 kg/m³) in the nozzle is 0,012 m³. You should determine the anchoring force acting on the nozzle.

a) Draw a control volume, which you can use to determine the force. Specify in detail in the figure, how the control volume is situated with respect to the nozzle. (1p)

b) Describe (draw and name/describe) all the forces that act on the chosen control volume. (1p)

c) Determine the vertical and horizontal components of the anchoring force. (4p)



Kuva 2: Tehtävä 3 (Young et al, 2012)

4. **FI** Kuvan yhdistetyssä pumppu-turbiinissa vesi virtaa päivisin ylemmästä altaasta alempaan tuottaen sähköä, jolloin laite toimii turbiinina. Öisin vettä pumpataan alemmasta altaasta ylempään, jolloin laite toimii pumppuna. Järjestelmän suunniteltu tilavuusvirta on molempiin suuntiin 1,5 m³/s. Tällöin painehäviöt järjestelmässä ovat $10\rho V^2/2$, jossa V on keskimääräinen nopeus putkessa. Putken halkaisija on 0,6 m.

a) Arvioi turbiinin tuottama teho. (2p)

b) Arvioi pumpulta vaadittu nostokorkeus ja teho. (2p)

c) Selitä, mihin pumpun energia kuluu ja jaa pumpun nostokorkeus vastaaviin osiin. (1p)

d) Vertaa kohtien a ja b tuloksia. Miksi tulokset ovat samat tai miksi ne eroavat toisistaan? (1p)

SE Vatten strömmar igenom den kombinerade pump-turbinen på bilden från den högre till den nedre reservoaren under dagen, så att apparaten funktionerar som en turbin och genererar elektricitet. Under natten pumpas vatten från den nedre till den högre reservoaren, så att apparaten funktionerar som en pump. Den planerade volymströmmen i båda riktningarna är 1,5 m³/s. I detta läge är tryckförlusterna i systemet $10\rho V^2/2$, där V är den genomsnittliga hastigheten i röret. Diametern av röret är 0,6 m.

a) Uppskatta effekten som genereras av turbinen. (2p)

b) Uppskatta lyfthöjden och effekten som krävs av pumpen. (2p)

c) Förklara, hur pumpens energi förbrukas och dela pumpens lyfthöjd i respektiva delar. (1p)

d) Jämför resultaten av uppgifter a och b. Varför är resultaten samma eller skiljer sig från varandra? (1p)

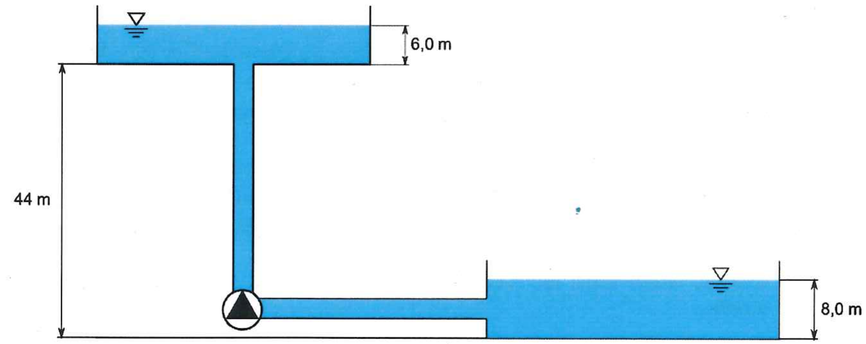
EN Water flows through the combined pump-turbine in the figure from the upper to the lower reservoir during day time generating electricity, and the device acts as a turbine. During the night water is pumped from the lower reservoir to the upper, and the device acts as a pump. The design flow rate in both directions in 1,5 m³/s. In this case the losses in the system are $10\rho V^2/2$, where V is the average velocity in the pipe. The diameter of the pipe is 0,6 m.

a) Estimate the power delivered by the turbine. (2p)

b) Estimate the pressure head and the power required by the pump. (2p)

c) Explain, how the energy of the pump is consumed and divide the pressure head of the pump in the respective parts. (1p)

d) Compare the results of subtasks a and b. Why are the results the same or why do they differ from each other? (1p)



Kuva 3: Tehtävä 4 (Young et al, 2012)

KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, kaavakokoelma, VK1

Bernoulli

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g z = \text{vakio virtaviivalla}$$

Taseyhtälöt

$$\frac{dB_{\text{sys}}}{dt} = \frac{\partial B_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum_{\text{in}} \rho V_n A b + \sum_{\text{out}} \rho V_n A b$$

$$\frac{dB_{\text{sys}}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{cv}} \rho b \, d\mathcal{V} + \int_A \rho b \vec{v} \cdot \vec{n} \, dA$$

$$\frac{\partial M_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum_{\text{in}} \rho V_n A + \sum_{\text{out}} \rho V_n A = 0$$

$$\frac{\partial (M\vec{v})_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum_{\text{in}} \rho V_n A \vec{v} + \sum_{\text{out}} \rho V_n A \vec{v} = \sum \vec{F}_{\text{cv}}$$

$$\frac{\partial (M\vec{r} \times \vec{v})_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum_{\text{in}} \rho V_n A (\vec{r} \times \vec{v}) + \sum_{\text{out}} \rho V_n A (\vec{r} \times \vec{v}) = \sum (\vec{r} \times \vec{F})_{\text{cv}}$$

$$\frac{\partial (Me)_{\text{cv}}}{\partial t} + \sum_{\text{out}} \left(\breve{u} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho A V_n$$
$$- \sum_{\text{in}} \left(\breve{u} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho A V_n = \dot{Q}_{\text{net}} + \dot{W}_{\text{shaft}}$$

$$\left(\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right)_{\text{out}} = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right)_{\text{in}} - \left(\breve{u}_{\text{out}} - \breve{u}_{\text{in}} - \frac{\dot{Q}_{\text{net}}}{\dot{m}} \right) + \frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}}$$

Pyörimisliike

$$(\vec{r} \times \vec{v})_z = r v_\theta, \quad (\dot{m} r v_\theta)_{\text{out}} - (\dot{m} r v_\theta)_{\text{in}} = T_{\text{shaft}}, \quad (\dot{m} r \omega v_\theta)_{\text{out}} - (\dot{m} r \omega v_\theta)_{\text{in}} = \dot{W}_{\text{shaft}}$$

Differentiaaliyhtälöt

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho g_x$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho g_y$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho g_z$$

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x}, \; \sigma_{yy} = -p + 2\mu\frac{\partial v}{\partial y}, \; \sigma_{zz} = -p + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \; \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \; \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho g_x$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho g_y$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho g_z$$