

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet, laskin sekä A4-kokoinen käsinkirjoitettu muistilappu. Muistilappu on palautettava koevastausten mukana. Perustele käyttämäsi kaavat ja ratkaisujen välivaiheet. Esittele vastauksessasi esiintyvät symbolit ja niiden merkitykset. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen.

Kaikissa tehtävissä vastauksista arvioidaan sekä esitystapa että sisällön oikeellisuus. Jokainen tehtävä arvioidaan asteikolla 0-6 pistettä. Merkittävästi ylipitkät tai heikosti jäsennellyt vastaukset vähentävät pisteitä. Voit käyttää vastaustesi tukena piirroksia.

On tärkeää että ainakin yrität jokaista tehtävää.

KYSYMYKSET: välikoe 1 = T1-T5; välikoe 2 = T6-T10; tentti = T2, T3, T5, T8, T9

1. Määrittele seuraavien kvanttifysiikan termien/käsitteiden merkitys enintään noin 30 sanalla / termi. Pelkkä kaava ei ole riittävä vastaus. Merkittävästi ylipitkä vastaus vähentää pisteitä.

- | | | |
|-------------------|--------------------------|---------------------|
| (a) Aineaalto | (c) Kvanttikaivo | (e) Ominaisfunktio |
| (b) Musta kappale | (d) Ekspansiopostulaatti | (f) Tunneloituminen |

2. (TENTTI) Vastaa kysymykseen maksimissaan noin 100 sanalla per alakohta, kuitenkin käyttäen kokonaislauseita.

- (a) Heisenbergin epätarkkuusperiaatteen mukaan kahden komplementaarisen suureen arvoja ei voi mitata yhtäaikaaisesti, koska mittaustapahtuma häiritsee mitattavaa järjestelmää ja siten estää suureiden yhtäaikaisten mittaamisen. Tosi vai epätosi? Perustele.
- (b) Tutkit valosähköistä ilmiötä valaisemalla erästä kappaletta aallonpituudeltaan 532 nm säteilyllä. Nettihuutokaupasta tilaamassasi valonlähteessäsi olevan vian takia säteilyn spektrissä on myös infrapunasäteilyä. Miten vika vaikuttaa mittaustuloksiisi?

3. (TENTTI) Hiukkanen on loukkuuntunut yksiulotteiseen alueeseen $0 \leq x < \infty$. Sen aaltofunktio on muotoa $\psi(x) = C\sqrt{x}e^{-4x^2}$, missä C on vakio. Määritä todennäköisyys, että hiukkanen voidaan löytää alueelta $x \geq 1$.

4. Erästä vapaata hiukkasta kuvataan tasoallolla. Laske hiukkasen vaihe- ja ryhmänopeudet, sekä nopeuden odotusarvo. Vertaa tuloksia keskenään. Kumpi kuvaa hiukkasen liikettä paremmin, vaihe- vai ryhmänopeus?

5. (TENTTI) Hiukkanen on loukkuuntunut yksiulotteiseen äärettömään potentiaalikaivoon (pituus L). Määritä hiukkasen sijainnin epävarmuus Δx tilan n funktiona.

Vinkki: Operaattorin \hat{Q} epävarmuus on määritelty $\Delta Q = \sqrt{\langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2}$.

$$\int_0^{\infty} x^m \exp^{-bx} dx = \frac{m!}{b^{m+1}}; dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi, \mathbf{r} = r \sin \theta \cos \phi \hat{x} + r \sin \theta \sin \phi \hat{y} + r \cos \theta \hat{z}, \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2} \text{ ja } 2 \sin \theta \sin \varphi = \cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi).$$

Kirjoita SELVÄSTI nimesi, opiskelijanumerosi, opintojaksokoodi sekä kokeen päivämäärä jokaiseen koepaperiin. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen.

KYSYMYKSET: välikoe 1 = T1-T5; välikoe 2 = T6-T10; tentti = T2, T3, T5, T8, T9

6. Määrittele seuraavien kvanttifysiikan termien/käsitteiden merkitys enintään noin 30 sanalla / termi. Pelkkä kaava ei ole riittävä vastaus. Merkittävästi ylipitkä vastaus vähentää pisteitä.
- (a) Qubit (c) Balmerin sarja (e) Vetymainen atomi
 (b) Elektronin spin (d) No-cloning theorem (f) Fermioni
7. Elektroni on loukkuuntunut a -säteiseen pallonmuotoiseen äärettömään kvanttikaivoon (so. potentiaali on nolla kun $r < a$ ja ääretön muualla). Mitkä kvanttumisehdot odottaisit olevan samanlaisia kuin vetyatomilla? Tarkastele tehtävää kvalitatiivisesti. Perustele vastauksesi käyttäen korkeintaan noin 200 sanaa. Käytä tarvittaessa kuvia ja diagrammeja vastauksesi tukena. Pelkät kuvat eivät ole kuitenkaan riittävä vastaus.
8. (TENTTI) Elektroni on suljettu äärettömään potentiaalikaivoon, jonka sivun pituudet ovat $L_x, L_y = L_x$ ja $L_z = 2L_x$. Etsi alimman degeneroituneen tilan energia ja degeneraation suuruus.
9. (TENTTI) Yksiulotteisessa potentiaalikaivossa ($U = 0$, kun $0 \leq x \leq L$; $U = \infty$, muuten) on kaksi identtistä hiukkasta. Toinen hiukkasista on tilalla $n = 1$ ja toinen tilalla $n' = 2$ (tilat viittaavat kaivon yksihiukkastiloihin). Määritä kuinka paljon todennäköisempää on löytää kaksi bosonia kuin kaksi fermionia yhtäaikaisesti alueelta $x \in [0, L/4]$. Hiukkasten yhteisaaltofunktion normalisointivakio on $\sqrt{2}/L$.
10. Vetyatomin elektroni siirtyy alkutilalta $|i\rangle = \Psi_{(2,1,0)}(\mathbf{r}, t)$ perustilalle $\langle f| = \Psi_{(1,0,0)}^*(\mathbf{r}, t)$, emittoiden samalla fotonin.
- (a) Määritä siirtymää vastaavan fotonin aallonpituus ja mitä spektrisarjaa se vastaa (2p).
 (b) Määritä siirtymää vastaavan sähköisen dipolimomentin z -komponentin odotusarvo $\langle f|\hat{p}_z|i\rangle$. Sähködipolimomenttioperaattori $\hat{\mathbf{p}}$ on määritelty $\hat{\mathbf{p}} = -e\mathbf{r}$ (e alkeisvaraus, \mathbf{r} paikkavektori). Spinin vaikutusta ei tarvitse huomioida. Käytä tilojen ajasta riippuvia muotoja (4p).

$$\int_0^\infty x^m \exp^{-bx} dx = \frac{m!}{b^{m+1}}; dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi, \mathbf{r} = r \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + r \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + r \cos \theta \hat{\mathbf{z}}, \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2} \text{ ja } 2 \sin \theta \sin \varphi = \cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi).$$

Kirjoita SELVÄSTI nimesi, opiskelijanumerosi, opintojaksokoodi sekä kokeen päivämäärä jokaiseen koepaperiin. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen.

n, ℓ	$R_{n\ell}(r)$	$\ell, m\ell$	$Y_{\ell m_\ell}(\theta, \phi)$
1, 0	$\frac{1}{(a_0)^{3/2}} 2 \exp^{-r/a_0}$	0, 0	$\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$
2, 0	$\frac{1}{(2a_0)^{3/2}} 2 \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) \exp^{-r/2a_0}$	1, 0	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$
2, 1	$\frac{1}{(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{\sqrt{3}a_0} \exp^{-r/2a_0}$	1, ± 1	$\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta \exp^{\pm i\phi}$
3, 0	$\frac{1}{(3a_0)^{3/2}} \left(2 - \frac{4r}{3a_0} + \frac{4r^2}{27a_0^2}\right) \exp^{-r/3a_0}$	2, 0	$\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$
3, 1	$\frac{1}{(3a_0)^{3/2}} \frac{4\sqrt{2}r}{9a_0} \left(1 - \frac{r}{6a_0}\right) \exp^{-r/3a_0}$	2, ± 1	$\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \cos \theta \sin \theta \exp^{\pm i\phi}$
3, 2	$\frac{1}{(3a_0)^{3/2}} \frac{2\sqrt{2}r^2}{27\sqrt{5}a_0^2} \exp^{-r/3a_0}$	2, ± 2	$\sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta \exp^{\pm 2i\phi}$