

Merkitse kaikkiin vastauspapereihin nimi ja opiskelijanumero.

**Huomi!** Kirjoitakaan kaikki välimuodot näkyviin. Osatehtävistä on tälle tuttuja. Emme hyväksy ulkomuistista kirjoitettuja vastauksia. Katso, että vastaat kaikkiin kysymyksiin. Osassa kysymyksiä on kohdat (a), (b) jne.

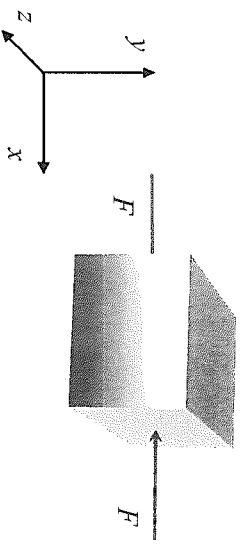
1. Johda tilavuudenlaajenemiskertoimen  $e$  lauseke venymäkomponenttien avulla lausuttuna. Laske  $e$  yhtälöstä

$$e = \frac{dV - dV_0}{dV_0}, \quad (1)$$

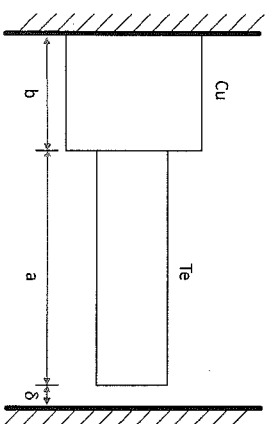
jossa  $dV_0$  on alkutilan tilavuus ja  $dV$  on nykytilan tilavuus. Muodonmuutos on pieni. (2.25 p.)

## Tentti

2. Tarkastele viereisessä kuvassa esitettyä rakennetta ja oletta, että voiman  $F$  vaikutussuunta yhyy  $x$ -akseliin suuntaan. (a) Mikä on tilavuudenlaajenemiskertoimen  $e$  arvo, kun muodonmuutos on elastinen? (b) Kuinka monta prosenttia kappaleen tilavuus muuttuu, jos se on terästä ja voima  $F$  aiheuttaa suuruudeltaan 200 MPa:n suuruisen puristusjännityksen? (c) Millä Poissonin luvun arvolla materiaaliin ei synny tilavuuden muutosta? Teräksen kimmokerroin  $E = 210$  GPa ja sen Poissonin luku  $\nu = 0,3$ . (2 p.)



3. Viereisen kuvan mukainen rakenne koostuu kahdesta sauvesta, jotka on asetettu kahden äärettömän jäykkän seinän väliin. Rakenteen pituus voi kasvaa vapaasti mitan  $\delta = 0,6$  mm. Sauvojen materiaali on teräs (Te) ja kupari (Cu). Paljonko lämpötila  $\Delta T$  saa kasvavaa, jottei rakenteessa esiintyvä suurin puristusjännitys saavuta arvoa  $\sigma = 55$  MPa?  
 $A_{Te} = 6 \text{ cm}^2$ ,  $E_{Te} = 210$  GPa ja  $\alpha_{Te} = 12 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ .  
 $A_{Cu} = 12 \text{ cm}^2$ ,  $E_{Cu} = 120$  GPa ja  $\alpha_{Cu} = 18 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ .  
 $a = 0,4$  m ja  $b = 0,2$  m. (2,75 p.)



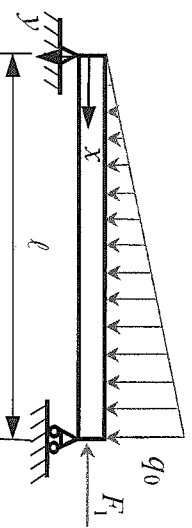
4. Tarkastele viereisen kuvan mukaista palkkia, jonka poikkileikkaus ei muutu. Kuormituksen perusteella lasketut  $M_z(x)$ - ja  $N_x(x)$ -jakaumat ovat

$$M_z(x) = \frac{1}{6} q_0 \ell x - \frac{1}{6} q_0 \frac{x^3}{\ell} = \frac{q_0 \ell^2}{6} \left[ \frac{x}{\ell} - \left( \frac{x}{\ell} \right)^3 \right] \quad (1)$$

ja

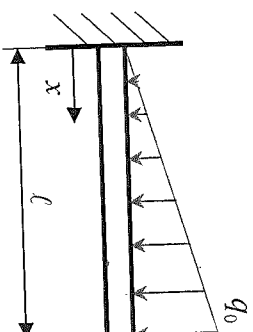
$$N_x(x) = -3 q_0 \ell. \quad (2)$$

Määritä palkin normaaliännitysjaakauma  $\sigma_x(x, y)$  ja itseisarvoltaan suurin palkkia rasittava normaaliännitys  $\sigma_x(x, y)$  ja sen paikka. Palkin poikkileikkauksen mitat ovat  $a \times a$  ja sen pituus  $\ell = 10a$ . (2.25 p.)

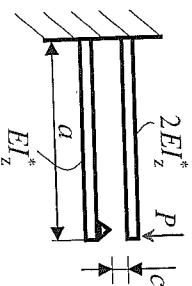


Merkitse kaikkiin vastauspaperiin nimi ja opiskelijanumero.

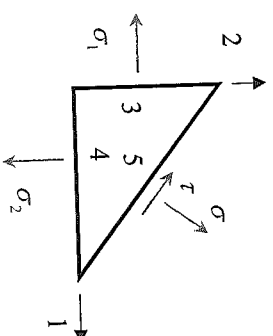
5. Ratkaise viereisen kuvan mukaisen palkin kallistuman  $v'(x)$  ja resulanttileikkausvoiman  $Q_y(x)$  matemaattiset lausekkeet käyttäen palkin kimmoviivan differentiaaliyhätälön muotoa, jossa on 4. derivaatta. Palkin taiputusjäykkyys  $E I_z$  on vakio. (3,5 p.)



6. Viereisen kuvan mukainen alempi palkki on tehty umpinaisesta neljötangosta, jonka poikkileikkauksen mitat ovat: Leveys 20 mm ja korkeus 10 mm. Ylempää palkkia on vahvistettu siten, että sen jäyhyysmomentti  $I_z$  on kaksinkertainen alemman palkin jäyhyysmomenttiin  $Q_y(x)$  nähden. Mikä on voiman  $P$  suuruus, kun ylempää palkkia kuormitetaan siten, että se taipuu taiputamaan alemmaa palkkia voimalla 400 N? Palkkien päiden välillä on kuormittamattomassa tilassa ilmarako, jonka suuruus on  $c = 10$  mm. Palkkien pituudet ovat  $a = 500$  mm. Materiaalin  $E = 210$  GPa ja  $G = 74$  GPa. (2 p.)

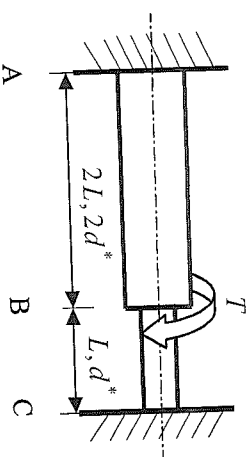


7. Määritä pääjännitykset  $\sigma_1$  ja  $\sigma_2$  rakenteen erässä pisteessä, jossa vallitsee kuvan 6 mukainen tasojännitys tila. Normaalijännitys  $\sigma = 120$  MPa ja leikkausjännitys  $\tau = 70$  MPa. Jännitysten  $\sigma$  ja  $\tau$  suunnat on määritelty käyttämällä kolmiota, jonka sivujen pituudet ovat 3, 4 ja 5. Mitkä ovat sivuilla 3 ja 4 vaikuttavien leikkausjännitysten alaindeksit, positiiviset suunnat ja suuruudet? Piirrä kuva, jossa ovat nuolten avulla merkityt sivujen 3 ja 4 leikkausjännitykset, numeroi niiden alaindeksit ja ilmoita niiden suuruudet. (3,75 p.)



## Tentti

8. Viereisen kuvan akseli on kiinnitetty jäykästi pisteistä A ja C. Pisteseen B kohdistetaan vääntävä momentti  $T$ . Merkitse välillä A-B vaikuttavaa vääntömomenttia  $M_{v,1}$ :llä ja välillä B-C vaikuttavaa vääntömomenttia  $M_{v,2}$ :lla. (a) Piirrä kuva, johon merkitset momenttien  $T$ ,  $M_{v,1}$  ja  $M_{v,2}$  suunnat kaksosuulilla ja ilmoita yhteys, joka vallitsee momenttien  $T$ ,  $M_{v,1}$  ja  $M_{v,2}$  välillä. (b) Määritä suhde  $M_{v,1}/M_{v,2}$ . (2,5 p.)



Merkitse kaikkiin vastauspaperiin nimi ja opiskelijanumero.

## Tentti

9. Tarkastele viereisen kuvan mukaista sylinterimäistä ohutseinämäistä paineastiaa, jossa olevan kaasun ylipaine on  $p$ . Asennusvirheen johdosta säiliö on tuillaan siten, että tukien välillä se on vääntynyt matkan  $e$  [e:n yksikkö on metri]. Tukien välinen etäisyys on  $\ell$ . Määritä painesäiliön sylinterimäisen osan seinämäpaksuus  $t$  siten, että sallitun kuormituksen varmuusluku aineen myötörajan  $R_e$  suhteen on  $n^{\text{sall}}$ . Yhdistä eri jännityskomponentit käyttäen hyväksi von Mises -jännitystä  $\sigma^{\text{vM}}$ . (3,0 p.)

