MS-C2128 Ennustaminen ja aikasarja-analyysi | Tentti
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos | 14.12.2017
Aalto-yliopisto | L Viitasaari

Kirjoita selvästi jokaiseen vastauspaperiin:

- Kurssin koodi, päivämäärä, kokeen tyyppi (Tentti)
- Opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- Koulutusohjelma ja vuosikurssi
- Nimikirjoitus

Vastausohje: Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi (paitsi tehtävässä 1). Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä. Kokeessa on 5 tehtävää, jokaisesta saa 0–6 pistettä.

Sallitut apuvälineet: Laskin ja a4-muistilappu (käsin kirjoitettu, tekstiä vain toisella puolella, oikeassa yläkulmassa opiskelijan nimi).

---

1. Ovatko seuraavat väittämät aina totta? Vastaa **1** = Kyllä tai **2** = Ei. Oikeasta vastauksesta 1 piste, väärästä -1 piste ja tyhjästä 0. Jos tehtävän kokonaispisteet on alle 0, niin tehtävän pisteitä ei huomioida arvostelussa.

   (a) Varianssin inflaatiotekijää voidaan käyttää poikkeavien havaintojen tunnistamiseen.

   (b) Stokastinen prosessi $x_t - 0.4x_{t-1} = \epsilon_t + \epsilon_{t-1}$, missä $(\epsilon_t)_{t\in T}$ on valkoinen kohina, on kääntyvä.

   (c) Stokastinen prosessi $x_t - 0.4x_{t-1} = \epsilon_t + \epsilon_{t-1}$, missä $(\epsilon_t)_{t\in T}$ on valkoinen kohina, on stationaarinen.

   (d) Lineaarisessa regressiossa Cookin etäisyyttä voidaan käyttää poikkeavien havaintojen tunnistamiseen.

   (e) Jakautuneen viiveen mallissa aikasarjaa y_t selitetään lineaarisesti jonkin toisen aikasarjan x_t avulla.

   (f) Lineaarisessa regressiossa ei-merkitsevän lineaarisesti riippumattoman selittäjän lisääminen kasvattaa mallin selitysastetta.

2. Vastaa seuraaviin kysymyksiin lyhyesti (noin 2-5 riviä/kysymys):

   (a) Selitä mitä tarkoittaa homoskedastisuus lineaarisessa regressiossa ja kuinka testaat sitä apuregression avulla. (3p)

   (b) Selitä kuinka testaat regression merkitsevyyttä permutaatiotestillä. (3p)

3. (a) Mitä tarkoittaa prosessin (heikko) stationaarisuus? (2p)

   (b) Määrittele stationaarisen prosessin autokorrelaatiofunktio. (1p)

   (c) Osoita, että MA(1)-prosessi $x_t = \epsilon_t + \theta_1\epsilon_{t-1}$, missä $\epsilon_t \sim WN(0,\sigma^2)$ on valkoinen kohina varianssilla σ^2, on stationaarinen ja laske sen autokorrelaatiofunktio. (3p)

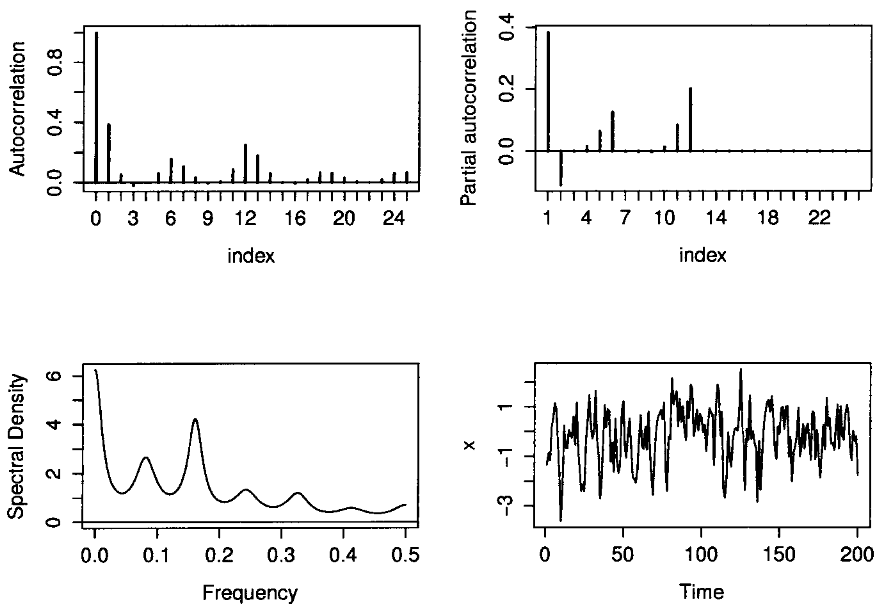
4. Johda stationaarisen AR(2)-prosessin

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2),$$

kahden aika-askeleen optimaalinen ennuste keskineliövirheen mielessä, kun x_t on havaittu ajanhetkeen t asti. (6p)

5. Seuraavalla sivulla on kuvattuna eräiden ARIMA-prosessien autokorrelaatiot, osittaisautokorrelaatiot, spektrit ja simuloidut polut. Valitse seuraavista vaihtoehdoista kuviin sopivat prosessit: MA(1), AR(1), ARMA(1,1), AR(12), SMA$(1)_{12}$, SAR$(1)_{12}$. Perustele valintasi huolellisesti.

Kuva 1: Aikasarja 1



Kuva 2: Aikasarja 2