Matriisilaskenta (TFM)
MS-A0001
Hakula
Tentti, 11.12.2018

Tämä on TENTTI, joka arvioidaan erillisenä suorituksena. Jatkuvalla arvioinnilla ei ole osuutta kokeen arvostelussa, ellei asiasta ole erikseen sovittu luennoitsijan kanssa. Moniosaisten tehtävien osien painoarvo on sama ellei muuta ole erikseen osoitettu. Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita.

TEHTÄVÄ 1 Olkoot A ja B kokoa 10×10 olevia matriiseja, joiden alkiot ovat $\alpha_{ij} = i + j$, $\beta_{ij} = i - j$. Laske tulomatriisin $C = AB$ alkio γ_{ij} indeksien i, j funktiona.

TEHTÄVÄ 2 Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & \alpha \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 8 \\ \beta \end{pmatrix}.$$

Tutki yhtälöryhmän $Ax = b$ ratkaisujen lukumäärää lukujen α, β eri arvoilla.

TEHTÄVÄ 3

- Osoita, että jos A ja B ortogonaalimatriiseja, niin myös AB ja A^{-1} ovat ortogonaalisia.
- Todista, että jos matriisille A pätee $A^{\mathrm{T}} + A = O$ ja käänteismatriisi $(I + A)^{-1}$ on olemassa, niin matriisi $B = (I + A)^{-1}(I - A)$ on ortogonaalinen.

TEHTÄVÄ 4 Näytä, että jokainen neliömatriisi voidaan esittää symmetrisen ja vinosymmetrisen matriisin summana: $A = S + J$, $S = S^{\mathrm{T}}$, $J = -J^{\mathrm{T}}$.

TEHTÄVÄ 5 Määritä matriisin

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 + t \end{pmatrix}$$

ominaisvektoreiden välinen kulma parametrin t funktiona. Mitä tämä kertoo ominaisvektoreiden lineaarisesta riippumattomuudesta?