

MS-A0205 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2

J. Malinen

Ylimääräinen tentti

21.2.2019

Laskimet ja taulukot ehdottomasti kiellettyjä.

1. Laske spiraalinpätkän

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t, \\ y(t) = e^{-t} \sin t, \end{cases}$$

kaarenpituus, jossa parametri  $t \in [0, \tau]$ . Mitä tapahtuu kun  $\tau \rightarrow \infty$ ?

2. Laske raja-arvo

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{3x^2(y-1)^2}{2x^4 + 2(y-1)^4}$$

mikäli se on olemassa, tai perustele miksi raja-arvoa annetussa pisteessä ei ole olemassa.

3. Anna funktion
- $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + e^{2y}}$
- lineaarinen approksimaatio pisteessä
- $(x, y) = (2, 0)$
- . Käytä tätä hyväksi laskeaksesi funktion likiarvo pisteessä
- $(2.2, -0.2)$
- .

**KÄÄNNÄ!**

4. Alueen  $D$  painopisteen  $y$ -koordinaatti saadaan laskettua kaavasta

$$m_y = \frac{1}{A} \iint_D y \, dA,$$

jossa  $A$  on alueen  $D$  pinta-ala. Etsi napakoordinaateissa annetun puoliympyrän  $r = 1$ ,  $\theta \in [0, \pi]$  ja  $x$ -akselin rajaaman alueen painopiste. Piirrä kuva.

**Vihje:** Integraali on helpointa laskea napakoordinaateissa.

5. Suorakulmaisen särmiön yksi kärki on origossa ja siitä lähtevät kolme särmää sijaitsevat positiivisilla koordinaattiakseleilla. Lisäksi origon vastainen kärki sijaitsee tasolla  $x + 2y + 3z = 12$  alueessa  $x, y, z \geq 0$ . Määritä särmiön suurin mahdollinen tilavuus.

**KÄÄNNÄ!**