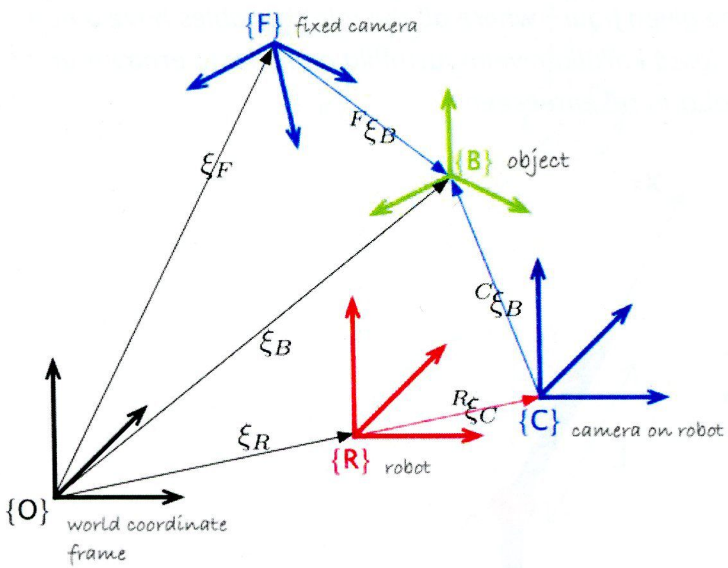
ELEC-C1320 – Robotiikka, Exam 14.1.2019 (3 hours)

It is allowed to use a calculator in the exam.

You can use Finnish, English or Swedish in your solutions. Tehtävänannot on esitetty suomeksi sinisellä värillä. The problem definitions are given in Finnish in blue color.

1. In the figure below, known relative transformations between some of the key coordinate frames in a robot cell are described with the ξ-symbols. Based on the figure, give all the (unique) kinematic paths to describe the position and orientation of the object frame {B} with respect to the fixed camera frame {F}.

   Alla olevassa kuvassa on esitetty robottisolun tärkeimpien koordinaatistojen väliset tunnetut suhteelliset koordinaatistomuunnokset symbolilla ξ. Määritä kuvan perusteella kaikki yksikäsitteiset suhteelliset koordinaatistomuunnospolut, jotka kuvaavat objekti koordinaatiston {B} paikkaa ja asentoa kiinteän kameran koordinaatiston {F} suhteen.
   (9 points)



2. In the figure the kinematic structure of a planar PPR robot is shown. The orientation of the last link when the joint variable θ_3 is zero is indicated with the dashed line. The direction of positive rotation of θ_3 is indicated with the arrow in the figure.

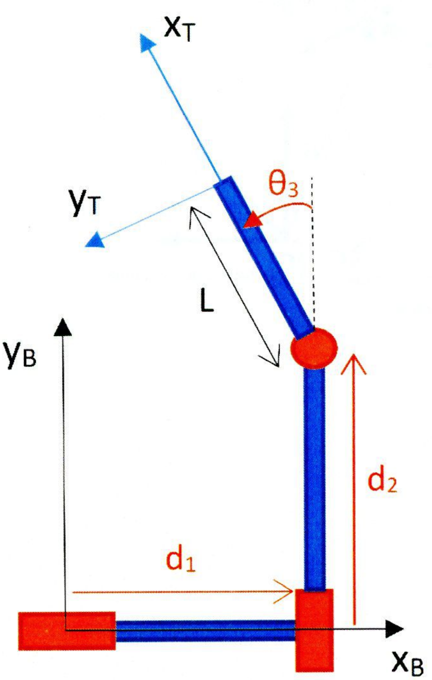
Solve the forward kinematics problem of the manipulator to describe the tool frame {T} with respect to the robot base frame {B}. In other words, assign the link frames in the figure and provide the corresponding DenavitHartenberg-parameters in a table. Give also the required base- and tool-transformation matrices. It is your choice to use either the Standard or Modified DH-parameter convention.

Alla olevassa kuvassa on esitetty PPR-robotin kinemaattinen rakenne. Uloimman kolmannen varren asento tilanteessa, jossa kiertonivelen θ_3 arvo on nolla, on kuvassa esitetty katkoviivalla. Nivelmuuttujan θ_3 positiivinen kiertosuunta on esitetty kuvassa nuolella.

Ratkaise robottimekanismin suora kinemaattinen muunnos työkalukoordinaatiston {T} paikan ja asennon kuvaamiseksi peruskoordinaatiston {B} suhteen. Toisin sanoen, esitä linkkikoordinaatistojen paikat ja asennot kuvan avulla sekä anna suoraa kinemaattista muunnosta vastaavat DenavitHartenberg-parametrit taulukossa. Anna myös tarvittavat perus- ja työkalumuunnosmatriisit. Voit valita käytätkö Standard vai Modified DH-parametriesitystapaa.

(18 points)

Hint: You can assign the link frames into the given figure where all the joint variables have a non-zero value. Voit käyttää alla olevaa kuvaa, jossa kaikilla nivelmuuttujilla on nollasta eroavat arvot, apuna kun kiinnität linkkikoordinaatistot robotin rakenteeseen.

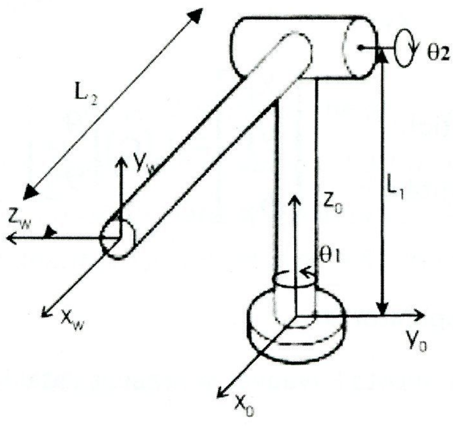


3. In the figure below a two degrees-of-freedom manipulator in its home/zero position is shown (upper arm oriented horizontally above the X_0-axis). Both degrees-of-freedom (dof) are rotational (the first rotating the upper link on the horizontal plane, Θ_1, and the second tilting the upper link with respect to the horizontal plane, Θ_2). Positive directions of rotations are also shown in the figure.

Find the inverse kinematic transform for the manipulator.

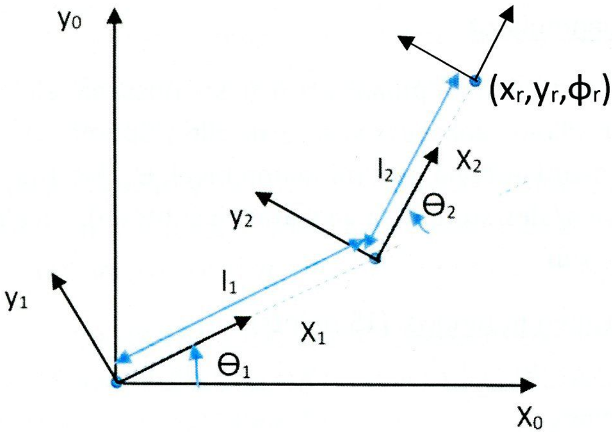
Alla olevassa kuvassa on esitetty kahden vapausasteen manipulaattori kotiasennossaan, eli kun nivelohjausten arvot ovat nollia (yläkäsivarsi on silloin vaakasuorassa X_0 akselin yläpuolella). Manipulaattorin molemmat liikevapausasteet ovat kiertyviä (ensimmäinen nivel, Θ_1, kiertää yläkäsivartta vaakatasossa ja toinen nivel, Θ_2, ylös/alas-suunnissa vaakatason suhteen). Nivelten positiiviset kiertosuunnat on myös merkitty kuvaan.

Ratkaise manipulaattorin käänteinen kinemaattinen muunnos. (15 points)



4. Form the manipulator Jacobian matrix for the planar RR-manipulator shown in th

Muodosta alla olevassa kuvassa esitetyn, tasossa kiertyvän RR-manipulaattorin Jakobiaanimatriisi. (11 points)



The Jacobian matrix should obey the equation:

Jakobiaanimatriisin tulee vastata oheista yhtälöä:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \\ \dot{\phi}_r \end{bmatrix} = J_r(q) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

The forward kinematics model of the manipulator is:

Manipulaattorin suoraa kinemaattista muunnosta kuvaavat seuraavat yhtälöt:

$$x_r = l_1 c_1 + l_2 c_{12}$$

$$y_r = l_1 s_1 + l_2 s_{12}$$

$$\phi_r = \theta_1 + \theta_2$$

where $\mathbf{C}_{12}$ means $\cos(\theta_1 + \theta_2)$ and so on.

missä $\mathbf{C}_{12}$ tarkoittaa $\cos(\theta_1 + \theta_2)$ jne.

5. A weight of 3kg is fixed to the tip of the last link (at the location of the origin of the H-frame) of the three-link manipulator shown in the figure below. The task is to calculate torques and forces affecting joints 1, 2 and 3 (due to gravity) in the given configuration of the manipulator arm. To solve the problem here **you must utilize the Jacobian matrix** of the manipulator.

Kolmen kilon paino on kiinnitetty kuvassa näkyvän kolmen vapausasteen manipulaattorin uloimman varren kärkeen (H-koordinaatiston origoon). Tehtävänä on laskea painon kannattelusta robotin 1, 2 ja 3 nivelille aiheutuvat kuormitus momentit ja voimat. **Tehtävä on ratkaistava manipulaattorin jakobiaanimatriisin avulla.** (12 points)

The joint configuration to be considered is:

Robotin nivelohjauksien arvot ovat:

θ_1=90.0°, θ_2=30.0°, d_3=0.5m (*the total length of the upper link is described by d_3/ nivelmuuttuja d_3 kuvaa yläkäsivarren koko pituutta*)

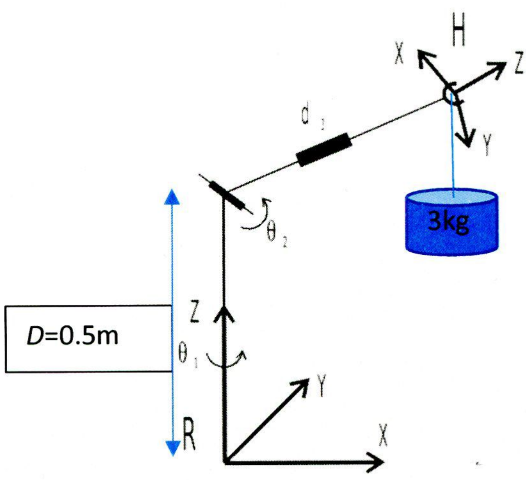
The links itself are assumed to be weightless. The gravitational acceleration vector is pointing in the direction of negative Z_R-axis and its value is 9.81 m/s².

Robotin rakenteen osat itsessään oletetaan massattomiksi. Gravitaatiokiihtyvyysvektori osoittaa negatiivisen Z_R-akselin suuntaan ja sen arvo on 9.81 m/s².

The Jacobian matrix of the manipulator is:

Manipulaattorin Jakobiaanimatriisi on:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix}, \qquad = \begin{bmatrix} -s\theta_1 c\theta_2 d_3 & -c\theta_1 s\theta_2 d_3 & c\theta_1 c\theta_2 \\ c\theta_1 c\theta_2 d_3 & -s\theta_1 s\theta_2 d_3 & s\theta_1 c\theta_2 \\ 0 & c\theta_2 d_3 & s\theta_2 \end{bmatrix}$$



ELEC-C1320 Robotiikka - Equations

Link parameters and the corresponding elementary transformations as well as the symbolic form of the link matrix according to the **standard** Denavit and Hartenberg parameter convention:

$$ {}^{j-1}\xi_j(\theta_j, d_j, a_j, \alpha_j) = \mathscr{R}_z(\theta_j) \oplus \mathscr{T}_z(d_j) \oplus \mathscr{T}_x(a_j) \oplus \mathscr{R}_x(\alpha_j) $$

$$ {}^{j-1}\boldsymbol{A}_j = \begin{pmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j \cos\alpha_j & \sin\theta_j \sin\alpha_j & a_j \cos\theta_j \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j \cos\alpha_j & -\cos\theta_j \sin\alpha_j & a_j \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

Link parameters and the corresponding elementary transformations as well as the symbolic form of the link matrix according to the **modified** Denavit and Hartenberg parameter convention:

$$ {}^{j-1}\xi_j(\alpha_{j-1}, a_{j-1}, d_j, \theta_j) = \mathscr{R}_x(\alpha_{j-1}) \oplus \mathscr{T}_x(a_{j-1}) \oplus \mathscr{T}_z(d_j) \oplus \mathscr{R}_z(\theta_j) $$

$$ {}^{j-1}\boldsymbol{A}_j = \begin{bmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j & 0 & a_{j-1} \\ \sin\theta_j \cos\alpha_{j-1} & \cos\theta_j \cos\alpha_{j-1} & -\sin\alpha_{j-1} & -\sin\alpha_{j-1}\, d_j \\ \sin\theta_j \sin\alpha_{j-1} & \cos\theta_j \sin\alpha_{j-1} & \cos\alpha_{j-1} & \cos\alpha_{j-1}\, d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Elementary rotation transformations (i.e. rotations about principal axis by θ):

$$ R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} $$

$$ R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} $$

$$ R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

Inverse of a 4x4 transformation matrix:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{R}^T & -\boldsymbol{R}^T \boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 1 \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

Derivation of trigonometric functions:

Dsinx = cosx

Dcosx = - sinx

Definition of (manipulator) Jacobian matrix:

If $\boldsymbol{y} = F(\boldsymbol{x})$ and $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ and $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$ then the Jacobian is the $m \times n$ matrix

$$J = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

Jacobian transpose transforms a wrench (a vector of forces and torques) applied at the end-effector, ${}^0\boldsymbol{W}$, to torques and forces experienced at the joints $\boldsymbol{Q}$:

$$\boldsymbol{Q} = {}^0J(q)^T \, {}^0\boldsymbol{W} \tag{8.9}$$