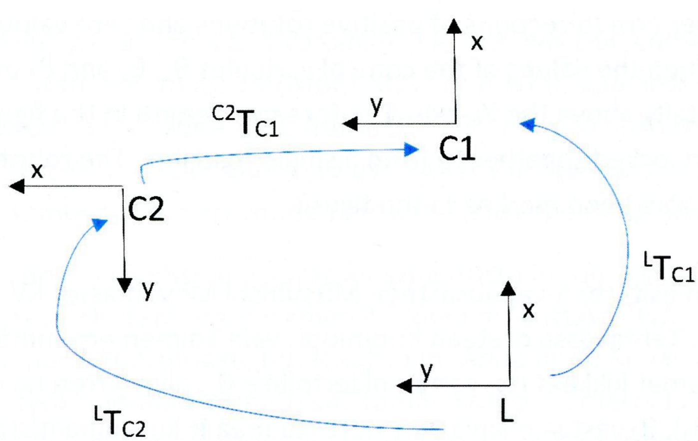
ELEC-C1320 – Robotiikka, Extra exam 4.2.2019 (3 hours)

It is allowed to use a calculator in the exam.

You can use Finnish, English or Swedish in your solutions. Tehtävänannot on esitetty suomeksi sinisellä värillä. The problem definitions are given in Finnish in blue color.

1. The task is to solve the unknown relative location of frame {C2} with respect to frame {L} by utilizing the known relative locations of coordinate frames ${}^{C2}\mathbf{T}_{C1}$ and ${}^{L}\mathbf{T}_{C1}$. The setup is illustrated in the figure below. In other words, determine, on the matrix symbol level, the matrix equation for the unknown transformation matrix ${}^{L}\mathbf{T}_{C2}$. Tehtävänä on ratkaista koordinaatiston {C2} suhteellinen asema koordinaatiston {L} suhteen tunnettujen suhteellisten koordinaatistomuunnosten ${}^{C2}\mathbf{T}_{C1}$ and ${}^{L}\mathbf{T}_{C1}$ avulla. Koordinaatistoasetelma on esitetty alla olevassa kuvassa. Toisin sanoen, määritä tunnettujen muunnosmatriisien avulla matriisisymbolitason matriisiyhtälö tuntemattomalle muunnosmatriisille ${}^{L}\mathbf{T}_{C2}$. (9 points)



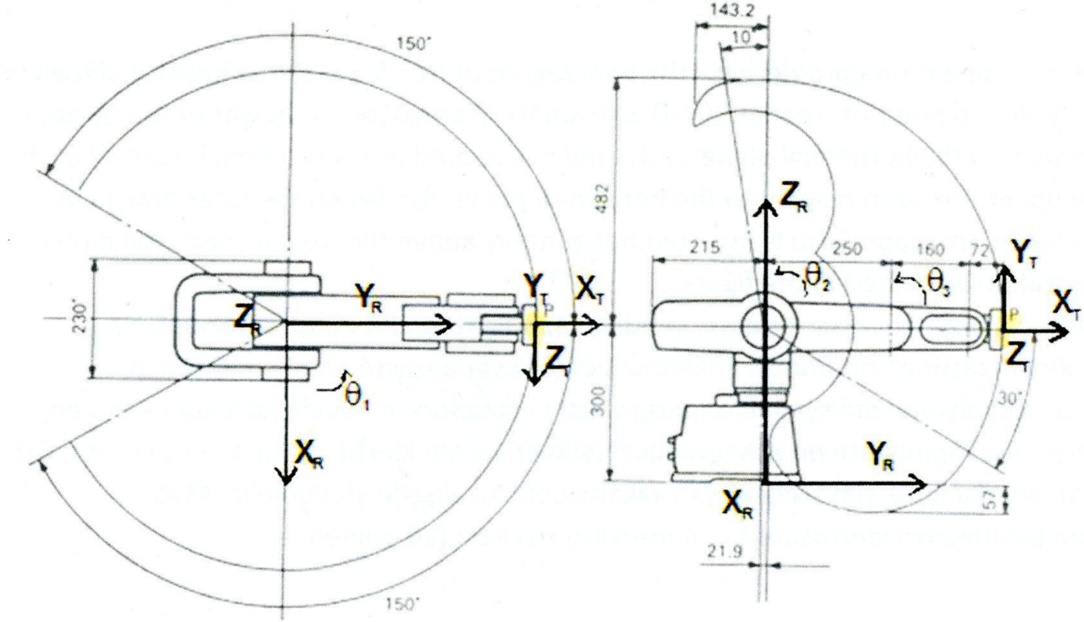
2. 3D-frame {B} is located initially coincident with the frame {A}. We first translate the origin of frame {B} 5 units in the direction of its x-axis. Then we translate the translated frame {B} 3 units in the direction of its z-axis. And finally we rotate the translated frame {B} about its y-axis by 90 degrees. 3D-koordinaatisto {B} on aluksi samassa paikassa ja asennossa koordinaatiston {A} kanssa. Koordinaatiston {B} asemaa muutetaan aluksi siirtämällä koordinaatiston {B} origon paikkaa 5 yksikköä oman x-akselinsa suuntaan. Tämän jälkeen siirretyn koordinaatiston {B} asemaa muutetaan siirtämällä koordinaatiston {B} origon paikkaa 3 yksikköä oman z-akselinsa suuntaan. Lopuksi siirretyn koordinaatiston {B} asemaa muutetaan kiertämällä sitä oman y-akselinsa ympäri 90 astetta.

a) Give the 4x4 homogenous transformation matrix which describes the position and orientation of frame {B} with respect to frame {A}. Määritä 4x4 homogeeninen muunnosmatriisi, joka kuvaa koordinaatiston {B} paikkaa ja asentoa koordinaatiston {A} suhteen. (6 points)

b) The coordinates of a point **P** with respect to frame {B} be are [x=0, y=0, z=9]. What are the coordinates of point **P** given with respect to frame {A}? Pisteen **P** koordinaatit koordinaatiston {B} suhteen ovat [x=0,y=0,z=9]. Mitkä ovat pisteen **P** koordinaatit koordinaatiston {A} suhteen? (6 points)

3. In the figure, the (kinematic) structure of the five degree-of-freedom Mitsubishi Movemaster RV-M1 robot is shown. In the problem only the three first degrees of freedom are considered (i.e. robot body rotation θ_1, shoulder rotation θ_2 and elbow rotation θ_3). Note that θ_2 is the rotation angle with respect to the xy-plane of **R**-frame and θ_3 is the rotation of the forearm with respect to the upper arm (directions of positive rotations and zero values of rotations are shown in the figure). When the values of the control variables θ_1, θ_2 and θ_3 are zero, the robot arm is oriented horizontally above the Y_R-axis. The forearm (length in the figure 160mm) and wrist (72mm) have been locked together to form a single rigid link. The robot base frame, **R**, and tool frame, **T**, have also been marked in the figure.

Alla olevassa kuvassa on esitetty 5-vapausasteen Mitsubishi Movemaster RV-M1 robotin kinemaattinen rakenne. Tehtävässä otetaan huomioon vain kolmen ensimmäisen vapausasteen aikaansaamat liikkeet (ts. vartalonkiertoliike θ_1, olkavarren taivutus θ_2 ja kyynärvarren taivutus θ_3). θ_2 vastaa olkavarren kiertokulmaa **R**-koordinaatiston xy-tason suuntaisen tason suhteen ja θ_3 kuvaa kyynärvarren kiertokulmaa olkavarren suhteen (nivelkulmien positiiviset kiertosuunnat samoin kun robotin asento kulmien nolla-arvoilla ovat kuvan mukaiset). Eli kun nivelkulmat saavat ohjausarvon nolla, robotin käsivarsi on vaakasuorassa Y_R-akselin yläpuolella. Tehtävässä robotin kyynärvarsi (pituus 160mm) ja ranne (72mm) on lukittu yhtenäiseksi kiinteäksi varreksi. Kuvassa näkyvät myös robotin peruskoordinaatiston **R** ja työkalukoordinaatiston **T** sijainnit robotin rakenteen suhteen.

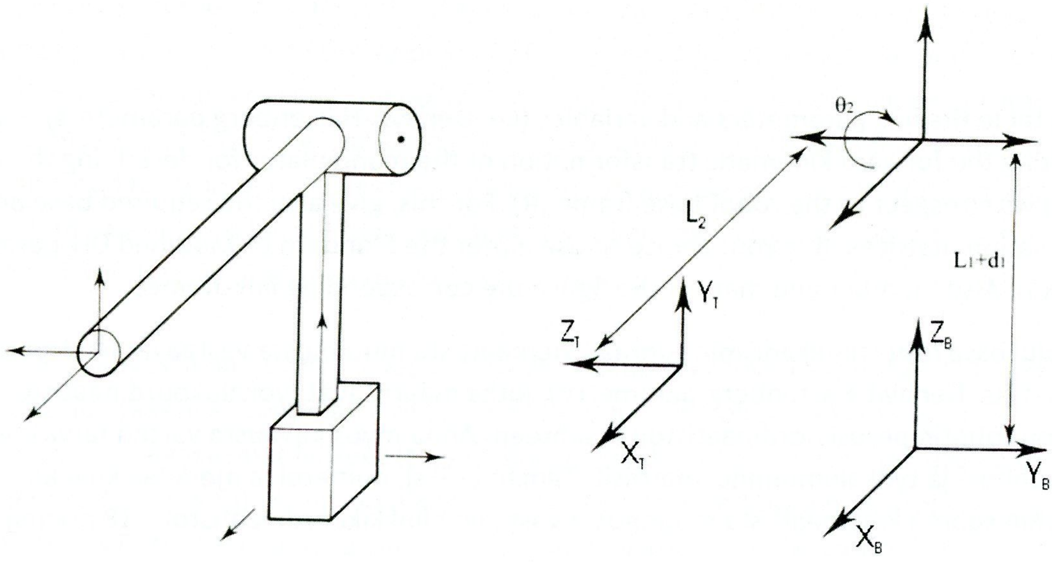


Give in a table the link parameters and variables (i.e. Denavit-Hartenberg parameters) required for constructing the forward kinematic transformation of the manipulator for describing the tool frame (**T**) with respect to the robot base frame (**R**). For this, give also the required base and tool transformation matrices. It is your choice to use either the Standard or Modified DH-parameter convention. Also, number and mark in the figure the corresponding link-frames.

Anna taulukossa robottimekanismin suoraa kinemaattista muunnosta vastaavat linkkiparametrit ja -muuttujat (ts. Denavit-Hartenberg-parametrit), jotka määrittävät työkalukoordinaatiston **T** paikan ja asennon robotin peruskoordinaatiston **R** suhteen. Anna myös kuvausta varten tarvittavat perusmuunnos- ja työkalumuunnosmatriisit. Tämän lisäksi, numeroi ja merkitse kuvaan mekanismin suoraa kinemaattista muunnosta vastaavat linkkikoordinaatistot. (18 points)

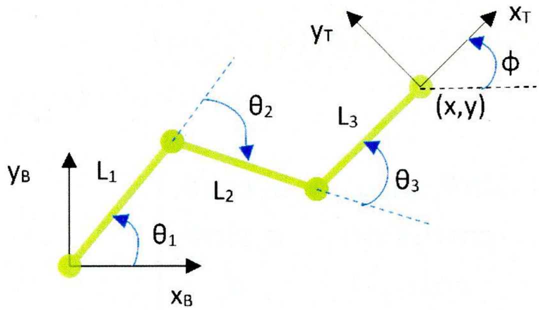
4. Solve the inverse kinematics problem for the two degree of freedom PR manipulator shown in the figure. The first degree-of-freedom (dof) is prismatic (control of the height of the upper arm with respect to the horizontal plane, $L+d_1$) and the second dof is rotational (control of the angle of the upper arm with respect to the horizontal plane, θ_2). When the rotational joint is given a zero value, the upper arm is oriented horizontally above the X_B-axis. Also, the direction of positive rotation is marked in the figure.

Muodosta alla olevassa kuvassa esitetyn, kahden vapausasteen PR-robottimekanismin käänteinen kinemaattinen muunnos. Ensimmäinen liikevapausaste on prismaattinen (yläkäsivarren alkupisteen etäisyyden ohjaus robotin vaakasuoran kiinnitysalustan suhteen, $L+d_1$) ja toinen liikevapausaste on kiertyvä nivel (yläkäsivarren kierto vaakatason suhteen, θ_2). Kiertokulman arvolla nolla yläkäsivarsi on vaakatasossa X_B-akselin yläpuolella. Myös kiertokulman positiivinen kiertosuunta on merkitty kuvaan. (14 points)



5. In the figure a sketch of a planar, three degree-of-freedom RRR robot mechanism is shown.

Kuvassa on hahmoteltu tasomaisen, kolmen vapausasteen RRR robottimekanismin kinemaattinen rakenne.



The task space of the robot is a plane with three degrees of freedom (x,y,ϕ), i.e. position of the origin of the tool frame T with respect to the base frame B and the rotation angle ϕ describing the orientation of the tool frame w.r.t. the base frame around the normal of the plane.

Robotin tehtäväavaruutta kuvaavat tasokoordinaatit (x,y,ϕ), eli työkalukoordinaatiston T origon paikka tasolla ja kiertokulma tason normaalin suuntaisen vektorin ympäri suhteessa peruskoordinaatistoon B.

The equations for the tool frame position and orientation within the task space as a function of the joint angles of the robot mechanism are:

Työkalukoordinaatiston paikkaa ja asentoa tehtäväavaruuden suhteen robotin nivelkulmien funktiona kuvaavat seuraavat yhtälöt:

$$x = L_1\cos(\theta_1) + L_2\cos(\theta_1+\theta_2) + L_3\cos(\theta_1+\theta_2+\theta_3) = L_1c_1 + L_2c_{12} + L_3c_{123}$$
$$y = L_1\sin(\theta_1) + L_2\sin(\theta_1+\theta_2) + L_3\sin(\theta_1+\theta_2+\theta_3) = L_1s_1 + L_2s_{12} + L_3s_{123}$$
$$\phi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

The manipulator Jacobian matrix, ${}^B\boldsymbol{J}$, maps the joint velocities into the velocity of the tool frame within the task space.

Mekanismin Jakobiaanimatriisi ${}^B\boldsymbol{J}$ kuvaa robotin nivelten toimilaitteiden kulmanopeudet työkalukoordinaatiston paikan ja asennon lineaari- ja kulmanopeuksiksi.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\phi}\end{bmatrix} = {}^B\boldsymbol{J}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \dot{\theta}_3\end{bmatrix}$$

Determine the Jacobian matrix, ${}^B\boldsymbol{J}$, for the robot mechanism.

Tehtävänä on määrittää robottimekanismin Jakobiaanimatriisi ${}^B\boldsymbol{J}$. (12 points)

ELEC-C1320 Robotiikka - Equations

Link parameters and the corresponding elementary transformations as well as the symbolic form of the link matrix according to the **standard** Denavit and Hartenberg parameter convention:

$$^{j-1}\xi_j(\theta_j, d_j, a_j, \alpha_j) = \mathscr{R}_z(\theta_j) \oplus \mathscr{T}_z(d_j) \oplus \mathscr{T}_x(a_j) \oplus \mathscr{R}_x(\alpha_j)$$

$$^{j-1}\boldsymbol{A}_j = \begin{pmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j\cos\alpha_j & \sin\theta_j\sin\alpha_j & a_j\cos\theta_j \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j\cos\alpha_j & -\cos\theta_j\sin\alpha_j & a_j\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Link parameters and the corresponding elementary transformations as well as the symbolic form of the link matrix according to the **modified** Denavit and Hartenberg parameter convention:

$$^{j-1}\xi_j(\alpha_{j-1}, a_{j-1}, d_j, \theta_j) = \mathscr{R}_x(\alpha_{j-1}) \oplus \mathscr{T}_x(a_{j-1}) \oplus \mathscr{T}_z(d_j) \oplus \mathscr{R}_z(\theta_j)$$

$$^{j-1}\boldsymbol{A}_j = \begin{bmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j & 0 & a_{j-1} \\ \sin\theta_j\cos\alpha_{j-1} & \cos\theta_j\cos\alpha_{j-1} & -\sin\alpha_{j-1} & -\sin\alpha_{j-1}\,d_j \\ \sin\theta_j\sin\alpha_{j-1} & \cos\theta_j\sin\alpha_{j-1} & \cos\alpha_{j-1} & \cos\alpha_{j-1}\,d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Elementary rotation transformations (i.e. rotations about principal axis by θ):

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Inverse of a 4x4 transformation matrix:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{0}_{1\times3} & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{R}^T & -\boldsymbol{R}^T\boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{0}_{1\times3} & 1 \end{pmatrix} \tag{2.25}$$

Derivation of trigonometric functions:

Dsinx = cosx

Dcosx = - sinx

Definition of (manipulator) Jacobian matrix:

If $\boldsymbol{y} = F(\boldsymbol{x})$ and $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ and $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$ then the Jacobian is the $m \times n$ matrix

$$J = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

Jacobian transpose transforms a wrench (a vector of forces and torques) applied at the end-effector, ${}^{0}\boldsymbol{W}$, to torques and forces experienced at the joints $\boldsymbol{Q}$:

$$\boldsymbol{Q} = {}^{0}J(q)^T \, {}^{0}\boldsymbol{W} \tag{8.9}$$