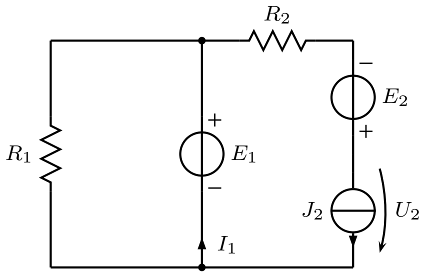
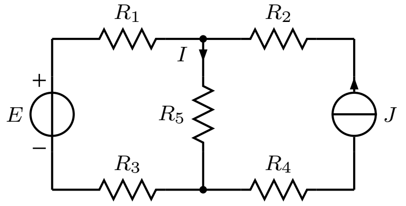
1.



Laske virta I_1 ja jännite U_2.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad J_2 = 3\,\mathrm{A}$$
$$E_1 = 4\,\mathrm{V} \quad E_2 = 5\,\mathrm{V}.$$

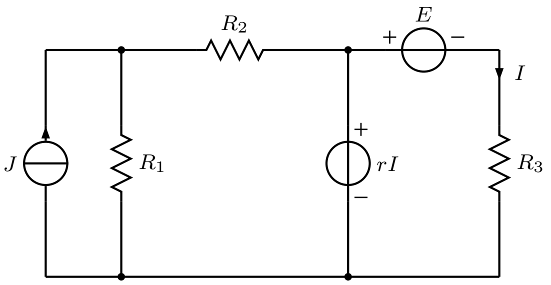
2.



Laske Nortonin menetelmällä vastuksen R_5 virta I.

$$J = 1\ \mathrm{A} \quad E = 2\ \mathrm{V} \quad R_1 = 1\ \Omega$$
$$R_2 = 3\ \Omega \quad R_3 = 5\ \Omega \quad R_4 = 7\ \Omega$$
$$R_5 = 9\ \Omega.$$

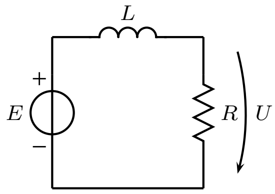
3.



Laske virta I silmukkamenetelmän avulla.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega$$
$$J = 1\ \mathrm{A} \quad E = 2\ \mathrm{V} \quad r = 2\ \Omega.$$

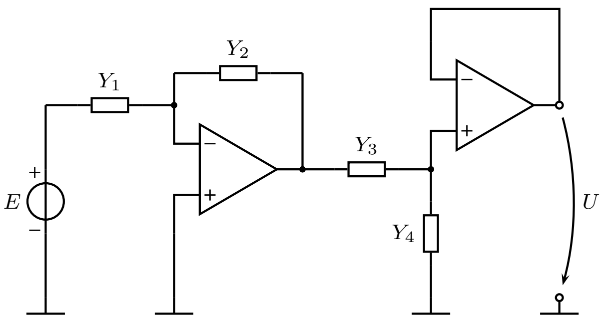
4.



kuva liittyy kohtiin c) - e)

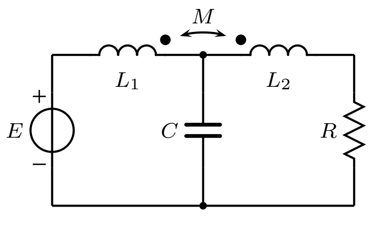
Vastaa seuraaviin ilman perusteluja.
a) Miten määritellään kompleksinen teho? (laskukaava)
b) Vastaako kondensaattori tasavirralla oikosulkua vai avointa piiriä?
c) Onko kuvan piiri alipäästö- vai ylipäästösuodatin?
d) Mika kuvan komponenteista kuluttaa pätötehoa?
e) Mika kuvan komponenteista on häviötön?

5.



Laske jännite U. Operaatiovahvistimet oletetaan ideaalisiksi.

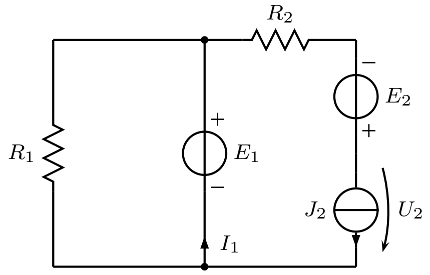
6.



Laske jännitelähteen syöttämä pätöteho ja loisteho.

$$E = 100\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V} \quad \omega L_1 = 1000\ \Omega \quad \omega L_2 = 150\ \Omega$$
$$\omega M = 100\ \Omega \qquad \frac{1}{\omega C} = 50\ \Omega \qquad R = 100\ \Omega.$$

0.1



Laske virta I_1 ja jännite U_2.

$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad J_2 = 3\,\mathrm{A}$
$E_1 = 4\,\mathrm{V} \quad E_2 = 5\,\mathrm{V}.$

TAPA 1:
Virta saadaan soveltamalla Kirchoffin virtalakia alimmalle solmupisteelle.

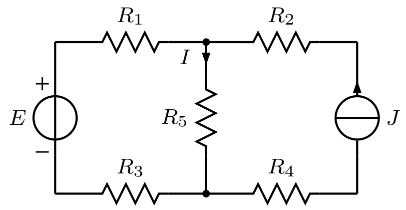
$$I_1 = J_2 + \frac{E_1}{R_1} = 7\,\mathrm{A}$$

Vastaavasti Kirchoffin jännitelakia soveltamalla:

$$U_2 = E_2 - R_2 J_2 + E_1 = 3\,\mathrm{V}$$

TAPA 2:
Tehtävän voi ratkaista myös kerrostamalla eli laskemalla kunkin lähteen vaikutuksen erikseen. Sammutettu jännitelähde korvataan oikosululla ja sammutettu virtalähde avoimella piirillä.

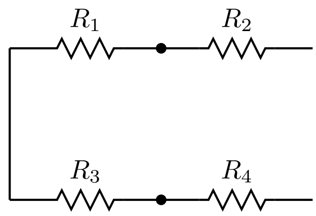
0.2



Laske Nortonin menetelmällä vastuksen R_5 virta I.

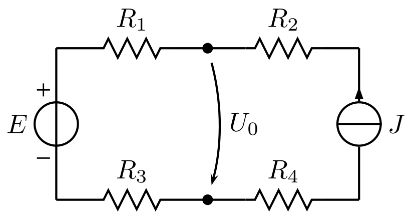
$$J = 1\text{ A} \quad E = 2\text{ V} \quad R_1 = 1\ \Omega$$
$$R_2 = 3\ \Omega \quad R_3 = 5\ \Omega \quad R_4 = 7\ \Omega$$
$$R_5 = 9\ \Omega.$$

Ratkaistaan ensin passiivisen piirin resistanssi:



$$R_{\mathrm{N}} = R_1 + R_3 = 6\,\Omega$$

Seuraavaksi voidaan laskea tyhjäkäyntijännite.

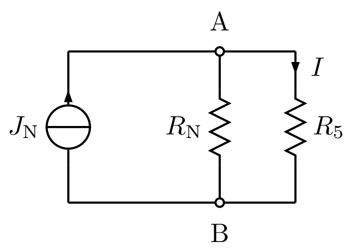


$$U_0 = (R_1 + R_3)J + E = 8\,\mathrm{V}$$

Nortonin lähteen arvon (jonka olisi voinut laskea myös oikosulkuvirran avulla) on

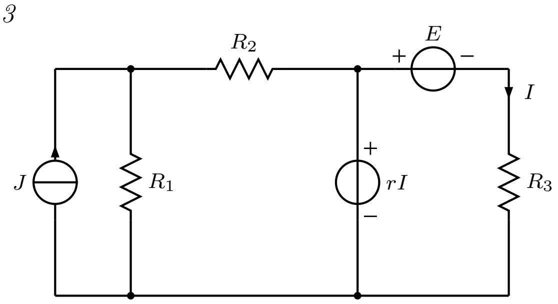
$$J_{\mathrm{N}} = \frac{U_0}{R_{\mathrm{N}}} = \frac{(R_1 + R_3)J + E}{R_1 + R_3} = J + \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{4}{3}\,\mathrm{A}.$$

Muodostetaan Nortonin lähde ja ratkaistaan kysytty virta.



$$I = \frac{R_{\mathrm{N}}}{R_{\mathrm{N}} + R_5} J_{\mathrm{N}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}\,\mathrm{A} = \frac{8}{15}\,\mathrm{A} \approx 0{,}533\,\mathrm{A}$$

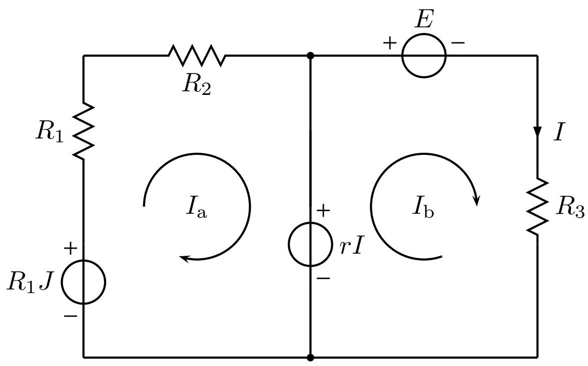
0.3



Laske virta I silmukkamenetelmän avulla.

$$R_1 = 1\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega$$
$$J = 1\ \text{A} \quad E = 2\ \text{V} \quad r = 2\ \Omega.$$

Muutetaan virtalähde jännitelähteeksi, ja valitaan kuvan mukaiset silmukkavirrat I_a ja I_b.



$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & 0 \\ 0 & R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\text{a} \\ I_\text{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 J - rI \\ -E + rI \end{bmatrix}$$

Piiristä nähdään, että $I = I_\text{b}$.

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & 0 \\ 0 & R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\text{a} \\ I_\text{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 J - rI_\text{b} \\ -E + rI_\text{b} \end{bmatrix}$$

Siirretään ohjatuista lähteistä syntyneet termit yhtälön oikealta puolelta sen vasemmalle puolelle:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & r \\ 0 & R_3 - r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\text{a} \\ I_\text{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 J \\ -E \end{bmatrix}$$

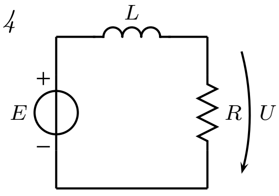
Sijoitetaan annetut arvot:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\text{a} \\ I_\text{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Tulokseksi saadaan

$$I_\text{b} = -\frac{6}{3}\,\text{A} = -2\,\text{A}$$

0.4



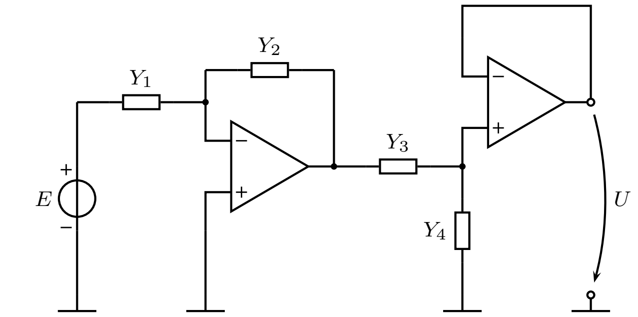
kuva liittyy kohtiin c) - e)

Vastaa seuraaviin ilman perusteluja.
a) Miten määritellään kompleksinen teho? (laskukaava)
b) Vastaako kondensaattori tasavirralla oikosulkua vai avointa piiriä?
c) Onko kuvan piiri alipäästö- vai ylipäästösuodatin?
d) Mika kuvan komponenteista kuluttaa pätötehoa?
e) Mika kuvan komponenteista on häviötön?

---

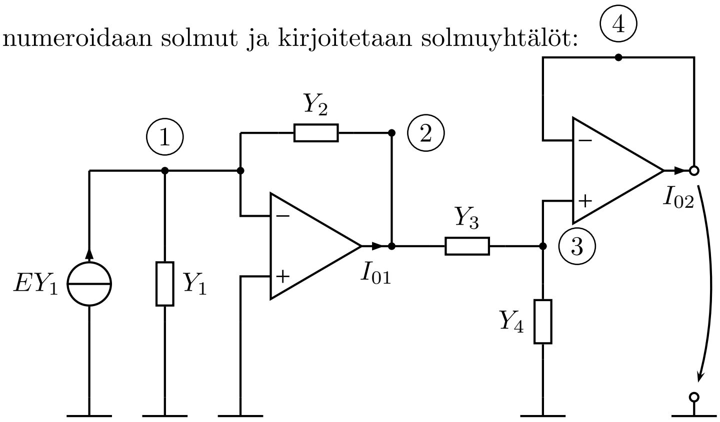
a) $S = UI^*$
b) Kondensaattori vastaa tasavirralla avointa piiriä.
c) Kuvan piiri on alipäästösuodatin. (Kela vastaa oikosulkua nollataajuudella.)
d) Resistanssi kuluttaa pätötehoa.
e) Kela on häviötön komponentti.

0.5



Laske jännite U. Operaatiovahvistimet oletetaan ideaalisiksi.

TAPA 1:
Tehdään lähdemuunnos, numeroidaan solmut ja kirjoitetaan solmuyhtälöt:



$$\begin{bmatrix} Y_1+Y_2 & -Y_2 & 0 & 0 \\ -Y_2 & Y_2+Y_3 & -Y_3 & 0 \\ 0 & -Y_3 & Y_3+Y_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EY_1 \\ I_{01} \\ 0 \\ I_{02} \end{bmatrix}$$

$U_1 = 0$, $U_4 = U_3 = U$, I_{01} ja I_{02} tuntemattomia:

$$\begin{bmatrix} -Y_2 & 0 \\ -Y_3 & Y_3+Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EY_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ratkaistaan jännite U Cramerin säännöllä:

$$U = \frac{\begin{vmatrix} -Y_2 & EY_1 \\ -Y_3 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -Y_2 & 0 \\ -Y_3 & Y_3+Y_4 \end{vmatrix}} = \frac{-EY_1Y_3}{Y_2(Y_3+Y_4)}$$

TAPA 2:
Koska ensimmäisen operaatiovahvistimen −-napaan ei kulje virtaa ja sen potentiaali on +-navan kytkennän vuoksi 0, saadaan solmun 2 jännitteeksi:

$$U_2 = -\frac{Y_1}{Y_2}E$$

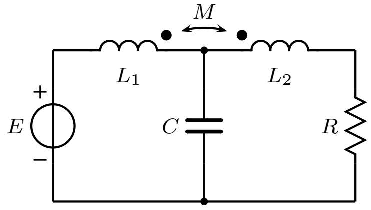
Edelleen, koska jälkimmäisen operaatiovahvistimen +-napaan ei kulje virtaa, saadaan solmun 3 jännite jännitteenjaolla jännitteestä U_2 ja piirin admittansseista:

$$U_3 = \frac{Y_3}{Y_3 + Y_4}U_2$$

Kysytty ulostulojännite $U = U_3$:

$$U = U_3 = \frac{Y_3}{Y_3 + Y_4}U_2 = -\frac{Y_3}{Y_3 + Y_4}\frac{Y_1}{Y_2}E$$

0.6

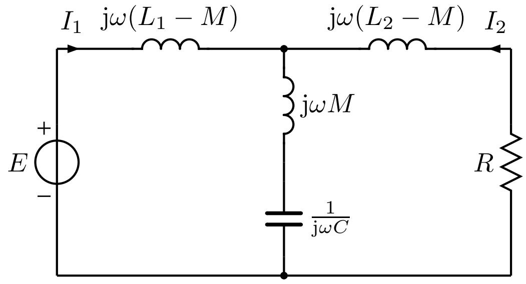


Laske jännitelähteen syöttämä pätöteho ja loisteho.

$$E = 100\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V} \quad \omega L_1 = 1000\ \Omega \quad \omega L_2 = 150\ \Omega$$

$$\omega M = 100\ \Omega \qquad \frac{1}{\omega C} = 50\ \Omega \qquad R = 100\ \Omega.$$

Käytetään T-sijaiskytkentää.



$$\begin{bmatrix} \mathrm{j}\omega L_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} & \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + \mathrm{j}\omega M \\ \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + \mathrm{j}\omega M & \mathrm{j}\omega L_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ratkaistaan virta I_1:

$$I_1 = \frac{E(\mathrm{j}\omega L_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + R)}{(\mathrm{j}\omega L_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C})(\mathrm{j}\omega L_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + R) - (\mathrm{j}\omega M + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C})(\mathrm{j}\omega M + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C})}$$

$$= \frac{100\underline{/0^\circ}(100 + \mathrm{j}100)}{(\mathrm{j}950)(100 + \mathrm{j}100) - (\mathrm{j}50)(\mathrm{j}50)}\ \mathrm{A} \approx 106{,}7\underline{/-89{,}2^\circ}\ \mathrm{mA}$$

$$S = EI^* = 142\,\mathrm{mW} + \mathrm{j}10{,}7\,\mathrm{VAr}$$

$$P = \Re\mathrm{e}\,\{S\} = 142\,\mathrm{mW}$$

$$Q = \Im\mathrm{m}\,\{S\} = 10{,}7\,\mathrm{VAr}$$