

KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, K2019

Välikoe 1 perjantai 12.4.2019 13:00-17:00

Arvioinnin pääpiirteet on kuvattu kunkin tehtävän osalta alla.

1. Vastaa lyhyesti (enintään muutama virke) seuraaviin kysymyksiin. Jokaisesta kohdasta 1p.
 - a) Mitä tarkoittaa Newtonilainen fluidi?

Newtonilaisessa fluidissa leikkausjännitykset riippuvat lineaarisesti leikkausnopeudesta eli viskositeetti ei riipu virtauskentän ominaisuuksista. Jos tämän perusajatuksen on pystynyt selittämään jotenkin järjestelmällisesti, tulee yksi piste.
 - b) Voidaanko suorakaiteeseen vaikuttava hydrostaattinen voima redusoida pinnan keskiöön, jos seinä on pystysuora? Perustele vastauksesi.

Tässä pitäisi pystyä kuvamaan lineaarisen painejakauman vaikutus voiman vaikutuspisteeseen (puoli pistettä), joka ei ole pinnan keskiö (puoli pistettä).
 - c) Mitä Reynoldsin kuljetuslauseen eri termit tarkoittavat?

Tässä pitäisi osata selittää, että Reynoldsin kuljetuslauseessa esiintyy systeemin säilyvän suureen muutosnopeus, kontrollitilavuuden sisältämän säilyvän suuren muutosnopeus ja säilyvän suureen vuo kontrollitilavuuden reunojen läpi. Nämä yhdessä kuvaavat sitä, miten systeemin ominaisuuden muutos voidaan ilmaista kontrollitilavuuden avulla. Puoli pistettä tulee siitä, että on osattu tehdä ero systeemin ja kontrollitilavuuden välillä ja toinen puolikas siitä, että on osannut erotella kuljetuslauseen eri termit.
 - d) Perustele, että Bernoullin yhtälö kuvaa mekaanisen energian säilymistä kitkattomassa tilanteessa.

Vastauksessa tulisi ottaa kantaa liikemääräyhtälön integrointiin virtaviivaa pitkin (puoli pistettä) tapauksessa, jossa fluidialkioon vaikuttavat vain paine- ja painovoima (puoli pistettä).
 - e) Selitä, mistä termeistä Navier-Stokes yhtälöt koostuvat eli mitä kukin termi kuvaa.

Navier-Stokes yhtälöt kuvaavat nestealkion liikemäärän tasetta eli Newtonin toista lakia eli nestealkion kiihtyvyyden ja siihen vaikuttavien voimien yhteyttä. Yhtälöissä on tyypillisesti toisella puolella nestealkion massan (tiheys) ja kiihtyvyyden tulo, jossa Eulerin kuvaustavalla kiihtyvyys koostuu lokaali- ja konvektiokiihtyvyydestä. Toisella puolella on nestealkioon vaikuttavat voimat, joita ovat jännitysten (paine ja leikkausjännitykset) ja kenttävoiman (tyypillisesti painovoima) aiheuttamat voimat. Puoli pistettä saa yhtälön fysikaalisesta merkityksestä ja puoli pistettä oikeista termeistä.
 - f) Mitä jännitystensorin τ_{xy} indeksit x ja y tarkoittavat?

Indeksit kuvaavat jännityskomponentin vaikutussuuntaa ja pinnan normaalin suuntaa. Kyseessä on jännityskomponentti, joka vaikuttaa y -suuntaan pinnalla, jonka normaali osoittaa x -suuntaan. Yksi piste tulee, jos on osannut tuoda vastauksessa esille vaikutussuunnan ja pinnan normaalin.

2. Kuvan 1 venturiputkessa virtaa bensiiniä ($\rho = 750 \text{ kg/m}^3$) tilavuusvirralla $0,85 \text{ m}^3/\text{s}$. Manometrifluidi on elohopeaa ($\rho_m = 13540 \text{ kg/m}^3$). Oleta tehtävissä a ja b, että häviöt ovat merkityksettömiä.

a) Määritä paine-ero $p_1 - p_2$. (2p)

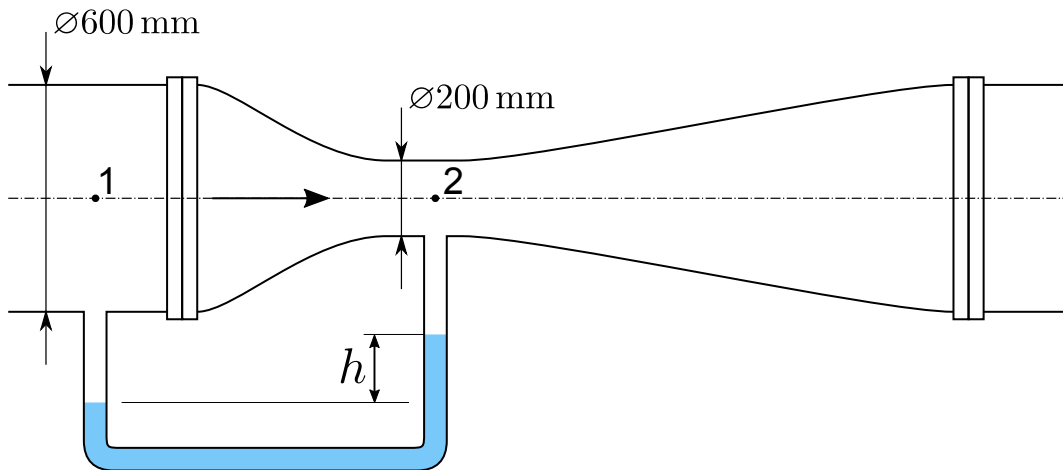
Paine-ero on määritettävissä kirjoittamalla paine-ero pisteiden 1 ja 2 välillä. Nopeudet poikkileikkauksissa on määritettävissä tilavuusvirrasta ja putken halkaisijasta. Bernoullin yhtälön käyttämisestä oikein tulee yksi piste, nopeuksien määrittämisestä tilavuusvirrasta tulee puoli pistettä ja oikeasta paine-erosta puoli pistettä. Paine-ero on noin 270kPa.

b) Määritä manometripatsaan korkeus h . (2p)

Manometripatsaan korkeus voidaan ratkaista kirjoittamalla manometriyhtälö pisteiden 1 ja 2 välille. Manometriyhtälön kirjoittamisesta oikein tulee yksi piste ja oikeasta manometrikorkeudesta yksi piste. Patsaan korkeus on noin 2,2 m.

c) Miten manometripatsaan korkeus h muuttuu verrattuna b-kohtaan, jos virtauksessa tapahtuu häviöitä? Perustele vastauksesi. Pisteitä saa vain perustelusta vastauksesta. (2p)

Mikäli putkessa tapahtuu häviöitä, tarvitaan pisteiden 1 ja 2 välille suurempi paine-ero, joka ajaa virtausta häviöitä vastaan. Tämän johdosta patsaan korkeus kasvaa. Tässä oikeasta vastauksesta ja järjellisestä perustelusta tulee yhteensä kaksi pistettä. Järjellisestä perustelusta voi saada pisteen, vaikka korkeuden muutos olisi ajateltu väärin, mutta pelkästä oikeasta korkeuden muutoksesta ei saa pisteitä.



Kuva 1: Tehtävä 2

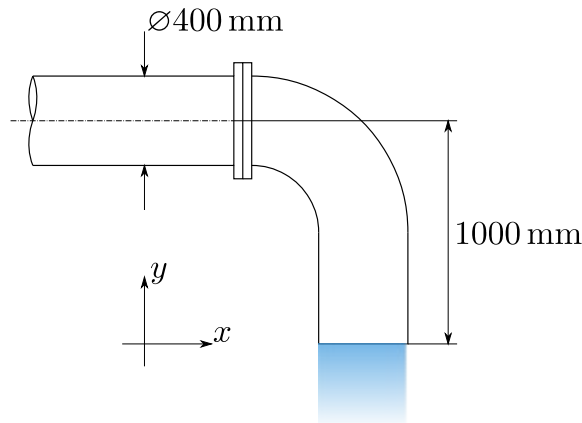
3. Vettä pumpataan ilmaan kuvan 2 mukaisesta poistoputkesta. Putkeen on liitetty laippaliitoksella pystysuora mutka. Keskimääräinen virtausnopeus putkessa on $2,0 \text{ m/s}$. Mutkan massa on 75 kg , ja sen sisätilavuus on $0,15 \text{ m}^3$. Oleta, että virtauksessa ei tapahdu häviöitä ja että virtausnopeusjakaumat liitoksessa ja mutkan ulostulossa ovat samat. Tehtävänä on määrittää mutkaan kohdistuva tukivoima.

a) Valitse sopiva kontrollitilavuus sekä piirrä ja nimeä selkeästi (esim. tukivoima) tähän kohdistuvat voimat. Pisteitä saa vain nimetyistä voimista. (2p)

Kontrollitilavuudeksi kannattaa valita koko mutka siten, että kontrollitilavuus leikkaa liitoksen ja vapaan suihkun. Oleellista on se, että leikkauspinnat valitaan siten, että virtaussuureista tiedetään jotain näillä pinnoilla. Käsittely on helpompaa, jos yhdistelmän sisällyttää kontrollitilavuuteen. Jos kontrollitilavuus seuraa suuttimen sisäpintaa, antaa liikemäärätase nesteeseen kohdistaman voiman yhdistelmään, josta täytyy määrittellä vielä erikseen tasapainoehdon perusteella yhdistelmään kohdistuva tukivoima. Kontrollitilavuuden järkevästä valinnasta saa puoli pistettä. Kontrollitilavuuteen kohdistuu tukivoiman lisäksi painevoima liitoksen poikkileikkauksessa, mutkassa olevan nesteen paino sekä kontrollitilavuuden valinnasta riippuen mutkan paino. Ilmakehän paine voidaan olettaa nolaksi, koska vakio-paineen kontribuutio kokonaisvoimaan häviää. Ilmakehän paineeseen liittyvän paineen voi mainita, mutta sen puuttumisesta ei sakoteta. Kustakin voimasta (tuki-, paine- ja painovoima) tulee puoli pistettä. Ylimääräisistä voimista sakotetaan puoli pistettä.

b) Laske liitoksesta mutkaan kohdistuva vaaka- ja pystysuuntainen voima. (4p)

Ratkaisu riippuu valitusta kontrollitilavuudesta. Jos mutka sisältyy kontrollitilavuuteen, on ratkaisu suoraviivainen ja liikemäärätase kontrollitilavuudelle antaa suoraan kysytyn tukivoiman. Jos kontrollitilavuus sisältää pelkän fluidin, pitää tämän lisäksi kirjoittaa mutkalle oma tasapainoyhtälö, jossa on fluidin mutkaan kohdistama voima ja liitoksesta mutkaan kohdistuva kysytty tukivoima. Ratkaisu y-suunnassa on suoraviivainen, koska kaikki tarvittavat suureet on annettu tehtävänannossa. Tämän osalta puoli pistettä tulee oikeista voimakomponenteista, puoli pistettä oikeasta liikemäärävuosta ja puoli pistettä oikeasta ratkaisusta. Vaakasuuntaisen voiman ratkaisemista varten pitää paine sisäänvirtauksessa laskea Bernoullin yhtälön avulla. Paineen laskemisesta tulee puoli pistettä ja tästä johtuvan painevoiman laskemisesta puoli pistettä. Vaakasuuntaisen liikemääräyhtälön tapauksessa oikeista voimista tulee puoli pistettä, oikeista liikemäärävuotermeistä puoli pistettä ja oikeasta ratkaisusta puoli pistettä. Vaakasuuntainen voima on noin 730 N oikealle ja pystysuuntainen voima noin 1700 N ylöspäin.



Kuva 2: Tehtävä 3 (Young et al, 2012)

4. Kuvan 3 turbiinin (T) teho on 74,6 kW, kun tilavuusvirta on 0,6 m³/s ja virtaavan veden tiheys on 999 kg/m³. Oleta, että häviöt ovat mitättömiä.

a) Mitä tiedät virtausnopeuksista ja paineista eri pisteissä? (1p)

Koska allas voidaan olettaa suureksi ja altaassa on vapaa pinta, tiedetään nopeus ja paine pinnalla. Koska virtaus poistuu putken päästä vapaana suihkuna, tunnetaan myös paine täällä. Lisäksi, koska putken halkaisija ja tilavuusvirta tunnetaan, tunnetaan myös suihkun nopeus. Yhden pisteen vastaus edellyttää, että vastauksessa on käsitelty vapaata pintaa ja vapaata suihkua. Jos näistä on mukana vain toinen, tulee tästä puoli pistettä.

b) Määritä korkeus h . (3p)

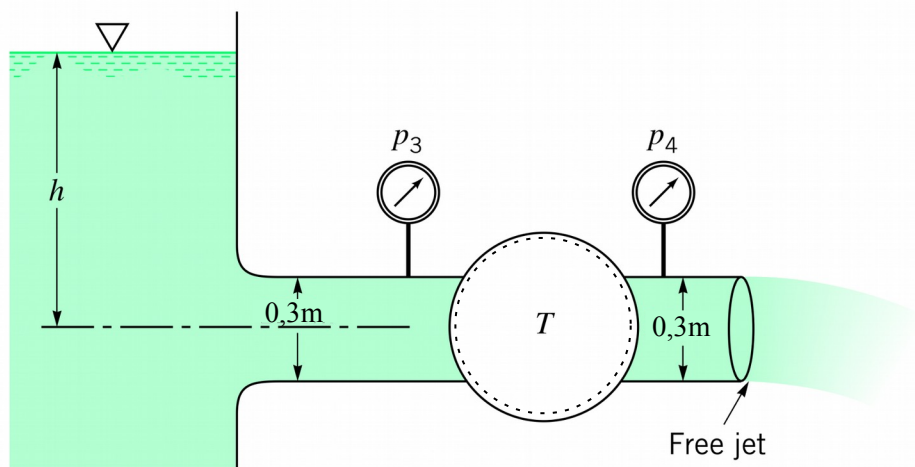
Korkeus saadaan määritettyä laajennetusta Bernoullin yhtälöstä vapaan suihkun ja vapaan pinnan välillä. Tästä periaatteesta tulee yksi piste. Virtausnopeus vapaassa suihkussa saadaan jatkuvuusyhtälöstä. Tästä tulee puoli pistettä. Turbiinin teho pitää ottaa huomioon yhtälössä. Jos tämä on tehty oikein, tulee tästä myös puoli pistettä. Oikeasta ratkaisusta tulee yksi piste. Korkeus on noin 16,4 m.

c) Määritä paine-ero p_3-p_4 . (1p)

Paine-ero on laskettavissa vastaavasti laajennetusta Bernoullin yhtälöstä pisteiden 3 ja 4 välillä. Nopeudet pisteissä ovat jatkuvuusyhtälön perusteella samat, samoin asemakorkeudet, joten yhtälöön jää vain pisteiden välinen paine-ero ja turbiinin aiheuttama paineen muutos. Periaatteesta tulee puoli pistettä ja oikeasta ratkaisusta puoli pistettä. Paine-ero on noin 124 kPa.

d) Miten tilavuusvirta muuttuu, jos turbiini poistetaan? Perustele vastauksesi. Pisteitä saa vain perustellusta vastauksesta. (1p)

Tilavuusvirta kasvaa, koska turbiini syö energiaa virtauksesta. Kun turbiinia ei ole, koko virtauksen potentiaalienergia muuttuu kineettiseksi energiaksi, jolloin kineettinen energia on suurempi kuin turbiinin kanssa. Oikeasta vastauksesta tulee puoli pistettä ja perustelusta puoli pistettä.



Kuva 3: Tehtävä 4 (Young et al, 2011)