

## KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, K2019

Tentti perjantai 31.5.2019 8:00-12:00

Arvioinnin pääpiirteet on kuvattu kunkin tehtävän osalta alla.

1. Vastaa lyhyesti (enintään muutama virke) seuraaviin kysymyksiin. Jokaisesta kohdasta 1p.

a) Osoita, että pystysuoraan pintaan vaikuttavan voiman suuruus voidaan laskea käyttäen painetta pinnan keskiössä.

Tämä perustuu siihen, että painejakauma on lineaarinen. Tämä voidaan osoittaa esimerkiksi integroimalla painejakauma mielivaltaisen pinnan yli, jolloin tuloksessa esiintyy hydrostaattinen paine pinnan keskiössä. Vaihtoehtoisesti jonkinlainen järkevä graafinen tarkastelu hyväksytään pisteen vastaukseksi.

b) Mikä on Lagrangen ja Eulerin kuvaustapojen ero ja miten se näkyy liikemääräyhtälössä?

Tässä pitäisi kuvata se, että Lagrangen kuvaustavassa suuret ovat sidottu partikkeleihin, kun Eulerin kuvaustavassa suuret kuvaavat virtauskenttää avaruuden pisteissä. Kunhan tämä peruseriaate on osattu kuvata, tulee tästä puoli pistettä. Täydet pisteet tulevat, jos on osattu selittää, että oleellinen ero liikemääräyhtälössä on kiihtyvyyssstermissä, joka koostuu Lagrangen kuvaustavassa suoraan nopeuden aikaderivaatasta, mutta Eulerin kuvaustavassa kiihtyvyys koostuu nopeuskentän aikaderivaatan lisäksi konvektiokiihtyvyydestä, joka kuvaa partikkelin nopeuden muutosta, kun se siirtyy nopeuskentässä.

c) Miten kuvailisit sanallisesti liikemäärän säilymlain partikkelisysteemille?

Vastaukseksi riittää toteamus, että systeemin liikemäärän muutosnopeus on yhtä suuri kuin systeemiin vaikuttavien voimien summa. Tällä tai jollain sen variaatiolla saa yhden pisteen.

d) Potentiaaliteoriassa virtaus sylinterin ympäri voidaan kuvata homogeenivirtauksen ja dipolin summana. Miten dipolin voimakkuus saadaan ratkaistua, kun homogeenivirtauksen nopeus tunnetaan?

Dipolin voimakkuus on ratkaistavissa läpitunkemattomuusehdosta sylinterin pinnalla eli vaaditaan, että homogeenivirtauksen ja dipolin yhdessä synnyttämän nopeuskentän normaalikomponentin pitää hävitä sylinterin pinnalla. Pisteiden vastaus edellyttää, että tämä on pystytty selittämään järkevasti.

e) Miten virtaviivaisen ja tylpän kappaleen vastukset eroavat paine- ja kitkavastuosuuksien osalta ja miksi?

Tylpän kappaleen tapauksessa suuri osa vastuksesta muodostuu painevastuksesta, joka liittyy virtauksen irtoamiseen. Virtaviivaisen kappaleen tapauksessa painevastuksen merkitys on vähäisempi ja vastukseen vaikuttaa pääasiassa rajakerroksen aiheuttama kitkavastus. Tylpän ja virtaviivaisen kappaleen vastuksen kuvauksesta tulee puoli pistettä kummastakin.

f) Mitä siirtymäpaksuus tarkoittaa?

Vastauksessa pitäisi jotenkin esiintyä massan tai tilavuusvirran tase. Siirtymäpaksuus kuvaa siis sitä, kuinka paljon virtaviivat siirtyvät ulospäin virtauksen hidastumisen johdosta siten, että tilavuusvirta rajakerroksessa olevassa poikkileikkauksessa virtaviivan ja seinän välissä on sama kuin tilavuusvirta saman virtaviivan ja seinän välissä, kun virtaus on homogeeninen. Tämän voi esittää myös graafisena vertailemalla nopeusprofiilien pinta-aloja.

2. Pumpun tuottama paine-ero  $\Delta p$  on funktio pumpun halkaisijasta  $D$ , kulmanopeudesta  $\omega$ , fluidin tiheydestä  $\rho$  ja tilavuusvirrasta  $Q$ .

a) Määritä paine-erolle dimensioton riippuvuus käyttäen toistuvien muuttujien menetelmää. (4p)

Tehtävä ratkeaa suoraan käymällä läpi toistuvien muuttujien menetelmän eri vaiheet. Oleellista on määrittää ensiksi muuttujien yksiköt oikein (1 piste) ja valita oikea määrä toistuvia muuttujia siten, että ne ovat riippumattomia ja että paine-eroa ei valita toistuvaksi muuttujaksi (1 piste). Tämän jälkeen tehdään ei-toistuvat muuttujat dimensiottomiksi. Tästä tulee yksi piste, jos periaate on oikein eli määritetty dimensiottomat muuttujat ei-toistuvien ja toistuvien muuttujien tulona, jossa on tuntemattomat potenssit. Muuttujat tulevat oikeassa tavassa valittua siten, että lopulta saadaan dimensioton paine-ero dimensiottoman tilavuusvirran funktiona. Oikeasta tuloksesta eli dimensiottomista muuttujista ja riippuvuudesta tulee yksi piste.

b) Pumpua ( $D=300$  mm), testataan mallipumpulla ( $D=120$  mm). Mallipumpulla mitataan paine-eroksi 128 kPa, kun tilavuusvirta on 8,0 l/s. Mikä on vastaava tilavuusvirta ja paine-ero 300 mm pumpulla, jos pyörimisnopeus ja fluidi ei muutu? (2p)

Tässä on kyse similaarisuudesta ja siitä, miten dimensiottomia suureita voidaan käyttää tulosten skaalaamiseen kahden mittakaavan välillä. Mallin ja pumpun välillä dimensioton tilavuusvirta pysyy samana (mallilaki), jolloin myös dimensioton paine-ero pysyy samana (ennusteyhtälö). Uusi tilavuusvirta voidaan laskea ensimmäisestä ja paine-ero toisesta. Oikeasta periaatteesta tulee yksi piste ja oikeista tuloksista toinen piste.

3. Vettä ( $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1,003 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) pumpataan suureen altaaseen teräsputkistoa ( $\varepsilon = 0,045 \text{ mm}$ ) pitkin. Paine heti pumpun jälkeen on 150 kPa (suhteellinen), ja tämä piste on 5,0 metriä altaan pinnan yläpuolella. Putkiston pituus pumpun jälkeen on 80 m ja halkaisija 150 mm. Putkistoon kuuluu yksi mutka ( $K_L = 0,30$ ) sekä yksi venttiili ( $K_L = 2,0$ ). Putkiston ja altaan liitos vedenpinnan alla on teräväreunainen. Laske tilavuusvirta putkessa. (6p)

Tämä tehtävä pitää ratkaista iteratiivisesti, koska Reynoldsin luku ja sitä kautta kitkahäviökerroin riippuu tuntemattomasta tilavuusvirrasta. Ratkaisu on esitetty kierroksen 8 malliratkaisuissa. Laajennetun Bernoullin yhtälön kirjoittamisesta soveltuvien tarkastelupisteiden välille huomioiden tunnetut suureet tarkastelupisteissä saa puoli pistettä. Kitkahäviöiden huomioimisesta yhtälössä saa puoli pistettä, komponenttien kertahäviöistä puoli pistettä ja ulosvirtauksen kertahäviöistä puoli pistettä. Tilavuusvirran tai nopeuden ja häviökertoimen välisen yhteyden johtamisesta laajennetusta Bernoullin yhtälöstä saa puoli pistettä. Suhteellisen pinnankarheuden määrittämisestä saa puoli pistettä ja Reynoldsin luvun määrittämisestä tilavuusvirran funktiona puoli pistettä. Kitkakertoimen määrittämisestä Moody-diagrammista saa pisteen ja iteroinnin periaatteesta pisteen. Oikeasta vastauksesta saa puoli pistettä. Tilavuusvirta on noin  $0,11 \text{ m}^3/\text{s}$ .

4. Kuvan 1 manometrissä on bensiiniä ( $\rho = 650 \text{ kg/m}^3$ ) putkessa A, vettä ( $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$ ) putkessa B ja elohopeaa ( $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$ ) manometrinesteenä.

a) Selitä ilman yhtälöitä fysikaalisten periaatteiden avulla, miksi paine kasvaa levossa olevassa fluidissa alaspäin siirryttäessä. Kuinka paljon paine kasvaa vedessä, kun syvyys kasvaa 100m? (2p)

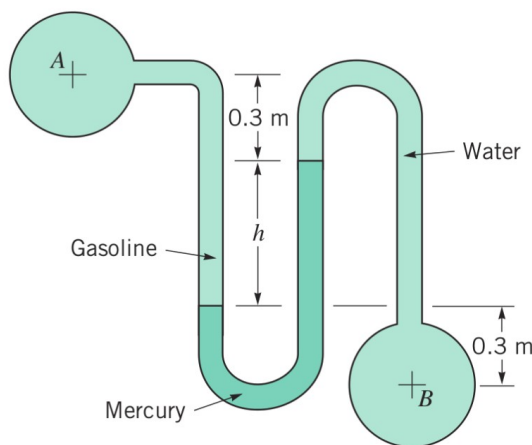
Tämä on perusteltavissa pienen (tai isommankin) fluidialkion voimatasapainolla levossa olevassa fluidissa. Alkioon kohdistuu ainoastaan paine- ja painovoima ja näiden voimien tulee olla tasapainossa. PaineKentän tulee ”kannatella” fluidialkion paino, jolloin alkion alapintaan tulee kohdistua suurempi paine. Tästä tulee yksi piste. Paineen kasvu (noin 980 kPa) saadaan suoraan hydrostaattisen paineen lausekkeesta. Oikeasta lausekkeesta tulee puoli pistettä ja oikeasta tuloksesta puoli pistettä.

b) Määritä manometrilukema  $h$ , kun putkessa A on 20 kPa ylipainetta ja putkessa B 20 kPa alipainetta. (2p)

Manometriyhtälö on helpointa johtaa lähtemällä joko pisteestä A tai B ja laskemalla systemaattisesti paineen kehittyminen korkeuden muutos kerrallaan päätyen toisen pisteen paineeseen. Alaspäin mentäessä paine kasvaa hydrostaattisen paineen lausekkeen mukaisesti ja ylöspäin mentäessä paine pienenee vastaavasti. Manometriyhtälön laatimisesta tulee yksi piste. Manometrilukema on suoraviivaisesti laskettavissa saadusta yhtälöstä sijoittamalla tunnetut arvot. Oikea vastaus on noin 0,38 m. Tästä tulee toinen piste.

c) Laske putken B uusi paine, jos lukema  $h$  pienenee 10 cm:llä. (2p)

Tämä ratkeaa yksinkertaisesti kirjoittamalla vastaava yhtälö uudelle tilanteelle siten, että paine pisteessä B on alkuperäinen paine plus paineen muutos. Uudessa tilanteessa pitää huomata, että elohopeapatsas liikkuu saman verran molemmilla puolilla manometriä. Vähentämällä uusi ja vanha yhtälö toisistaan saadaan yhtälö elohopeapinnan ja paineen muutosten välille, josta voidaan ratkaista paineen muutos. Uuden paineen pitäisi olla noin 7,5 kPa alipainetta. Ratkaisun periaatteesta tulee yksi piste. Toinen piste tulee oikeasta ratkaisusta.



Kuva 1: Tehtävä 4 (Young et al, 2011)

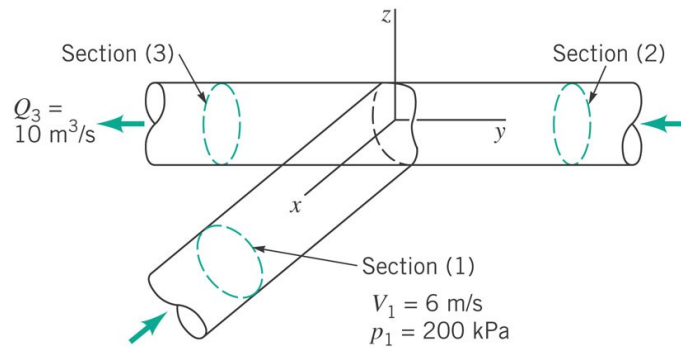
5. Oletetaan kitkaton, kokoonpuristumaton ja yksiulotteinen veden virtaus vaakatasossa olevan T-liitoksen läpi (kuva 2). Määritä liitoksen veteen kohdistaman voiman  $x$ - ja  $y$ -komponentit. Kunkin putken sisähalkaisija on 1 m.

a) Valitse sopiva kontrollitilavuus sekä piirrä ja nimeä selkeästi tähän kohdistuvat voimat. Pisteitä saa vain nimetyistä voimista. (2p)

Kontrollitilavuudeksi kannattaa valita liitoksessa oleva fluidi. Tällöin reaktiovoima on suoraan liitoksen veteen kohdistama voima. Oleellista on valita tilavuus siten, että leikkauspinoilla tiedetään jotain virtaussuureista. Tässä tapauksessa kontrollitilavuuteen vaikuttavat ainoastaan reaktiovoima ja paineiden aiheuttamat voimat kontrollitilavuuden kolmella leikkauspinnalla. Kustakin oikein määritetystä voimasta tulee puoli pistettä. Ylimääräisistä voimista sakotetaan puoli pistettä.

b) Määritä voiman komponentit. (4p)

Voimat ratkeavat liikemääräyhtälöllä, johon tarvitaan nopeudet ja paineet leikkauspinoilla. Nopeudet saadaan jatkuvuusyhtälön avulla, mistä tulee puoli pistettä. Paineet saadaan tunnetun paineen ja Bernoullin yhtälön avulla, mistä tulee myös puoli pistettä. Liikemääräperiaatteesta  $x$ - ja  $y$ -suuntiin tulee piste molemmista ja oikeasta tuloksesta puoli pistettä per suunta. Liitoksen veteen kohdistama voima on noin 190 kN positiivisen  $x$ -akselin suuntaan ja 46 kN negatiivisen  $y$ -akselin suuntaan.



Kuva 2: Tehtävä 5 (Young et al, 2011)