

Aalto-universitetet

Björn Ivarsson, 050-4067 832

Mellanföreläsning 1, tisdag 26.01.2016, kl 1700 - 1900

Differential- och integralkalkyl 2, MS-A0209.

Hjälpmedel: Skrivdon.

Motivera dina lösningar! Att endast lämna svar ger inga poäng.

(1) (a) Låt

$$f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}.$$

Beräkna $\partial f / \partial x$ samt $\partial f / \partial y$. (3p)

(b) Låt $\phi(t)$ vara deriverbar och $f(x, y) = \phi(x^2 + y^2)$. Visa att

$$y \frac{\partial f}{\partial x} - x \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

(3p)

(2) Låt $y(x)$ vara den implicit funktionen definierad av

$$x^2 + y^2 + x + 1 = e^{-y}$$

som uppfyller $y(0) = 0$. Verifiera att y kan lösas ut som en funktion av x så att $y(0) = 0$ med hjälp av implicita funktions-satsen. Beräkna dessutom $y'(0)$. (6p)

(3) Låt

$$f(x, y) = \frac{y^2}{x}$$

och (a, b) vara en punkt på ellipsen $2x^2 + y^2 = C$ där $C > 0$.

(a) Beräkna $\nabla f(a, b)$. (2p)

(b) Beräkna en enhetsnormal \vec{n} till ellipsen

$$2x^2 + y^2 = C$$

i (a, b) . (2p)

(c) Visa att riktningensderivatan $D_{\vec{n}}f(a, b) = 0$. (2p)

Lycka till!