Aalto-yliopisto
Perustieteiden korkeakoulu

Matematiikan laitos Malmivuori

**MS-A0202 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2**

Loppukoe 18.6.2019 klo 16-19

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodikohtaan opintojakson numero, nimi selvästi. Merkitse kaikki omat tietosi; nimi ja opiskelijanumero. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Write on each paper clearly your name and your student number. Write also headings above; i.e. the name of the course, the course code and on which of the programs ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT are you studying; or if you have still another program which is not mentioned here, then write it.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Kokeessa ei saa käyttää myöskään mitään muita apuvälineitä ongelmien ratkaisuun.

Koeaika on 3h.

You may not use any Calculator. Also no any other extra equipment is allowed for solving the problems.

Exam time is 3 hours.

**1.** (6 p.) Onko funktio

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{5x^5y\sin(xy)}{x^4+\cos(y)}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

jatkuva kaikissa pisteissä $(x,y)\in R^2$? Todista funktion jatkuvuus pisteessä $(0,0)$ määritelmän avulla, jos se on jatkuva. Raja-arvo pisteessä $(0,0)$ on todistettava tässä tapauksessa määritelmän avulla.

Määrää osoittaisderivaatta $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ ja $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ määritelmän avulla, jos se on olemassa.

Is the function f which is defined by

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{5x^5y\sin(xy)}{x^4+\cos(y)}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

continuous in every point $(x, y) \in R^2$? If the function is continuous in the point $(0,0)$, prove it by using the definition of continuity at $(0,0)$. In this case the limit value at $(0,0)$ has to be proved by using the definition of the limit value.

Calculate the partial derivative $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ and $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ by using the definition of the partial derivative if it exists.

**2.** (6 p.) Määrää Taylorin polynomi astetta 2 funktiolle $f(x, y) = \sin(xy)$, kun kehityspisteenä on $(1,1)$.

Determine the Taylor polynomial of degree 2 for the function $f(x, y) = \sin(xy)$ near the point $(1,1)$ (i.e. the polynomial has the same value as the function $f$ at $(1,1)$).

**3.** (6 p.) Määrää funktion $f(x, y) = 2e^{x^2} + 4x^2 + 4y^2$ lokaalit ääriarvot ja niiden laatu joukossa, jonka määrää ehto $x^2 + y^2 \leq 2$.

Determine and classify the local maximum and minimum points of the function $f(x, y) = 2e^{x^2} + 4x^2 + 4y^2$ in the set that defines the condition $x^2 + y^2 \leq 2$.

**4.** (6p.) Laske integraali

$$\int\int_A f(x, y)dA,$$

missä funktio $f$ on $f(x, y) = e^{-2x^2-5y^2}$ ja $A = R^2$ sopivaa muuttujanvaihtoa käyttäen.

Evaluate the integral

$$\int\int_A f(x, y)dA,$$

where the function $f$ is $f(x, y) = e^{-2x^2-5y^2}$ and $A = R^2$ by using some suitable change of variables.