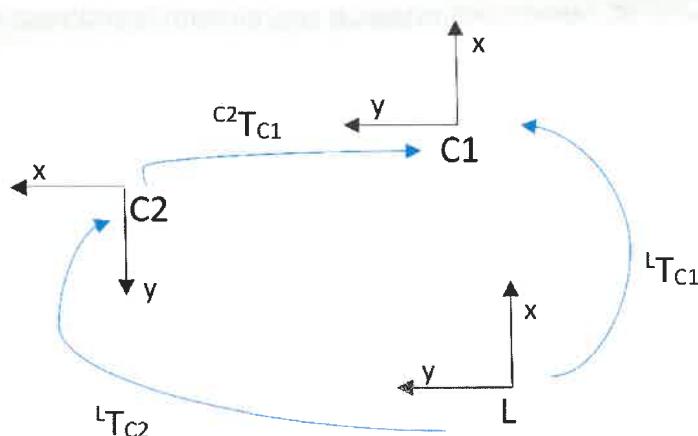


ELEC-C1320 – Robotiikka, Exam 13.5.2019 (3 hours)

It is allowed to use a calculator in the exam.

You can use Finnish, English or Swedish in your solutions. Tehtävänannot on esitetty suomeksi sinisellä väillä. The problem definitions are given in Finnish in blue color.

1. The task is to solve the unknown relative location of frame {C2} with respect to frame {L} by utilizing the known relative locations of coordinate frames ${}^{C2}T_{C1}$ and ${}^L T_{C1}$. The setup is illustrated in the figure below. In other words, determine, on the matrix symbol level, the matrix equation for the unknown transformation matrix ${}^L T_{C2}$. Tehtävä on ratkaista koordinaatiston {C2} suhteellinen asema koordinaatiston {L} suhteen tunnettujen suhteellisten koordinaatistomuunnosten ${}^{C2}T_{C1}$ and ${}^L T_{C1}$ avulla. Koordinaatistoasetelma on esitetty alla olevassa kuvassa. Toisin sanoen, määritä tunnettujen muunnosmatriisien avulla matriisisymbolitason matriisiyhtälö tuntemattomalle muunnosmatriisille ${}^L T_{C2}$. (9 points)



- 2.** 3D-frame {B} is located initially coincident with the frame {A}. We first translate the origin of frame {B} 5 units in the direction of its y-axis. Then we translate the translated frame {B} 3 units in the direction of its x-axis. And finally we rotate the translated frame {B} about its y-axis by 90 degrees.

3D-koordinaatisto {B} on aluksi samassa paikassa ja asennossa koordinaatiston {A} kanssa. Koordinaatiston {B} asemaa muutetaan aluksi siirtämällä koordinaatiston {B} origon paikkaa 5 yksikköä oman y-akselinsa suuntaan. Tämän jälkeen siirretyn koordinaatiston {B} asemaa muutetaan siirtämällä koordinaatiston {B} origon paikkaa 3 yksikköä oman x-akselinsa suuntaan. Lopuksi siirretyn koordinaatiston {B} asemaa muutetaan kiertämällä sitä oman y-akselinsa ympäri 90 astetta.

a) Give the 4×4 homogenous transformation matrix which describes the position and orientation of frame {B} with respect to frame {A}. **Määritä 4×4 homogeeninen muunnosmatriisi, joka kuvailee koordinaatiston {B} paikkaa ja asentoa koordinaatiston {A} suhteen.** (6 points)

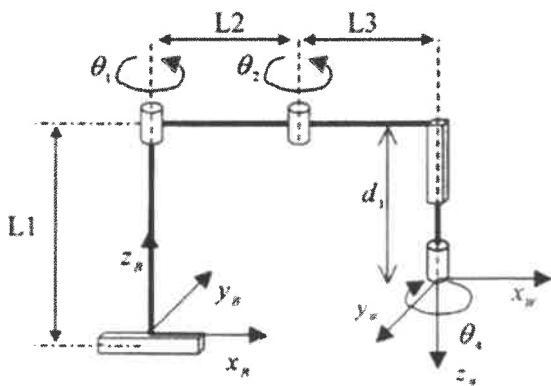
b) The coordinates of a point P with respect to frame {B} be are $[x=0, y=0, z=9]$. What are the coordinates of point P given with respect to frame {A}? **Pisteen P koordinaatit koordinaatiston {B} suhteen ovat $[x=0, y=0, z=9]$. Mitkä ovat pisteen P koordinaatit koordinaatiston {A} suhteen?** (6 points)

3. In the figure below the kinematic structure of a four degree-of-freedom SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*) robot is shown. The first two joints are rotational (shoulder, θ_1 , and elbow, θ_2 , joints move the tool on a plane), then a prismatic joint, d_3 follows, which moves the tool up and down. And finally, in the kinematic chain, a rotational joint, θ_4 , adjusts the orientation of the tool, for example, to grasp objects, which are laying on a pallet, oriented parallel to the xy-plane of the B-frame. In the figure, the manipulator is shown in its home/zero position (i.e. when all the rotational joint control variables are zero, the upper arm is oriented horizontally above the X_B -axis and X_w is codirectional with X_B , Y_w with $-Y_B$ and Z_w with $-Z_B$).

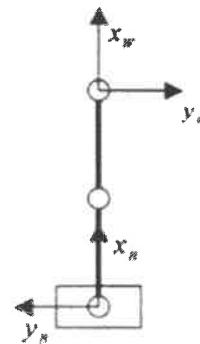
Alla olevassa kuvassa on esitetty neljän liikevapausasteen SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*) robotin kinemaattinen rakenne. Kaksi ensimmäistä liikevapausastetta ovat kiertyvä niveliä (olkanivel, θ_1 , ja kyynärniveli, θ_2 , liikuttavat robotin työkalua tasossa), niitä seuraa prismaattinen vapausaste d_3 , joka liikuttaa robotin työkalua ylös/ alas suunnassa. Viimeisenä liikevapausasteena on kiertonivel θ_4 , jonka avulla voidaan ohjata robotin työkalu haluttuun asentoon tasolla. Kuvassa manipulaattori on esitetty koti/nolla asennossaan (eli kun robotin kiertyville nivellelille annetaan nolla ohjausarvoiksi, yläkäsivarssi on vaakasuorassa asennossa X_B -akselin yläpuolella ja ranne-/työkalukoordinaatiston X_w -akseli on samansuuntainen X_B -akselin kanssa, Y_w $-Y_B$:n kanssa ja Z_w $-Z_B$:n kanssa.)

Give in a table the link parameters and variables (i.e. Denavit-Hartenberg parameters) required for constructing the forward kinematic transformation of the manipulator for describing the tool/wrist frame (**W**) with respect to the robot base frame (**B**). For this, give also the required base and tool transformation matrices. It is your choice to use either the Standard or Modified DH-parameter convention. Also, number and mark in the figure the corresponding link-frames.

Anna taulukossa robottimekanismin suoraa kinemaattista muunnosta vastaavat linkkiparametrit ja -muuttujat (ts. Denavit-Hartenberg-parametrit), jotka määrittävät työkalu-/rannekoordinaatiston **W paikan ja asennon robotin peruskoordinaatiston **B** suhteen. Anna myös kuvausta varten tarvittavat perusmuunnos- ja työkalumuunnosmatriisit. Tämän lisäksi, numeroi ja merkitse kuvaan mekanismin suoraa kinemaattista muunnosta vastaavat linkkikoordinaatistot. (18 points)**



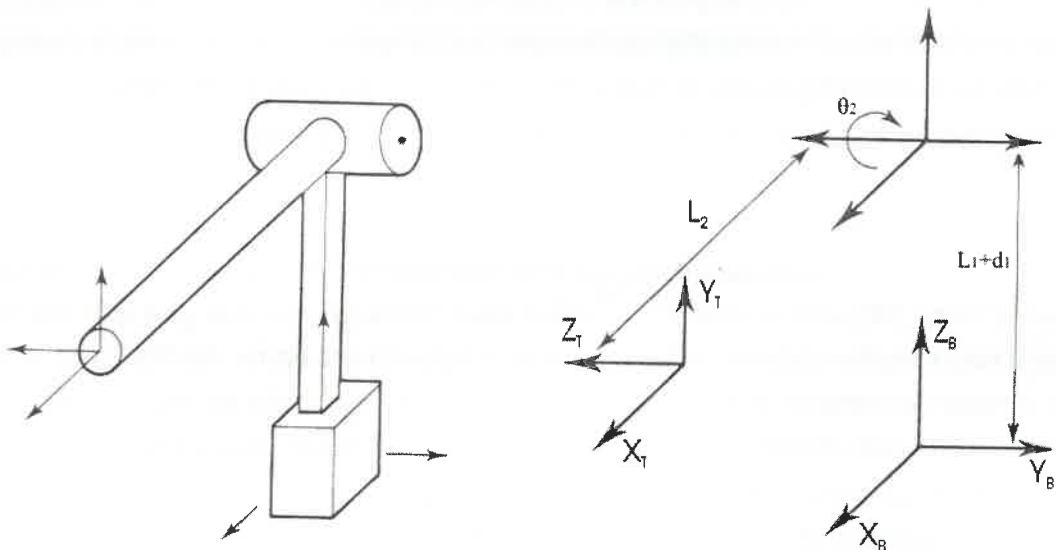
sivusta/ side view



ylhäältä/ top view

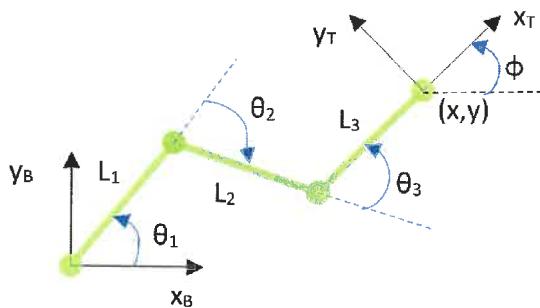
4. Solve the inverse kinematics problem for the two degree of freedom PR manipulator shown in the figure. The first degree-of-freedom (dof) is prismatic (control of the height of the upper arm with respect to the horizontal plane, $L+d_1$) and the second dof is rotational (control of the angle of the upper arm with respect to the horizontal plane, θ_2). When the rotational joint is given a zero value, the upper arm is oriented horizontally above the X_B -axis. Also, the direction of positive rotation is marked in the figure.

Muodosta alla olevassa kuvassa esitetyn, kahden vapausasteen PR-robottimekanismin käänneinen kinemaattinen muunnos. Ensimmäinen liikevapausaste on prismaattinen (yläkäsivarren alkupisteen etäisyyden ohjaus robotin vaakasuoran kiinnitysalustan suhteeseen, $L+d_1$) ja toinen liikevapausaste on kiertyvä niveli (yläkäsivarren kierto vaakatasossa suhteeseen, θ_2). Kiertokulman arvolla nolla yläkäsivarsi on vaakatasossa X_B -akselin yläpuolella. Myös kiertokulman positiivinen kiertosuunta on merkitty kuvaan. (14 points)



5. In the figure a sketch of a planar, three degree-of-freedom RRR robot mechanism is shown.

Kuvassa on hahmoteltu tasomaisen, kolmen vapausasteen RRR robottimekanismin kinemaattinen rakenne.



The task space of the robot is a plane with three degrees of freedom (x, y, ϕ) , i.e. position of the origin of the tool frame T with respect to the base frame B and the rotation angle ϕ describing the orientation of the tool frame w.r.t. the base frame around the normal of the plane.

Robotin tehtäväavaruutta kuvaavat tasokoordinaatit (x, y, ϕ) , eli työkalukoordinaatiston T origon paikka tasolla ja kiertokulma tason normaalilin suuntaisen vektorin ympäri suhteessa peruskoordinaatistoon B.

The equations for the tool frame position and orientation within the task space as a function of the joint angles of the robot mechanism are:

Työkalukoordinaatiston paikkaa ja asentoa tehtäväavaruuden suhteeseen robotin nivelkulmien funktiona kuvaavat seuraavat yhtälöt:

$$\begin{aligned} x &= L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) = L_1 c_1 + L_2 c_{12} + L_3 c_{123} \\ y &= L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) = L_1 s_1 + L_2 s_{12} + L_3 s_{123} \\ \phi &= \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{aligned}$$

The manipulator Jacobian matrix, ${}^B\mathbf{J}$, maps the joint velocities into the velocity of the tool frame within the task space.

Mekanismin Jakobiaanimatriisi ${}^B\mathbf{J}$ kuvailee robotin nivelen toimilaitteiden kulmanopeudet työkalukoordinaatiston paikan ja asennon lineaari- ja kulmanopeuksiksi.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = {}^B\mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

Determine the Jacobian matrix, ${}^B\mathbf{J}$, for the robot mechanism.

Tehtävänä on määritellä robottimekanismin Jakobiaanimatriisi ${}^B\mathbf{J}$. (12 points)