KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, K2019

Välikoe 1 perjantai 12.4.2019 13:00-17:00

VASTAA JOKAISEEN TEHTÄVÄÄN (1-4) ERI PAPERILLE

SVARA PÅ VARJE UPPGIFT (1-4) PÅ SEPARAT PAPPER

ANSWER TO EACH TASK (1-4) ON SEPARATE PAPERS

FI Lue tehtävät huolellisesti. **Selitä tehtävissä eri vaiheet. Pelkät kaavat ja ratkaisu eivät riitä täysiin pisteisiin.**

SE Läs uppgifterna noggrant. **Förklara de olika stegen i uppgifterna. Det är inte tillräckligt att ha enbart formler och lösningen.**

EN Read the task statements carefully. **Explain the various steps of the solution process. It is not sufficient to have just the formulas and the solution.**

1. **FI** Vastaa lyhyesti (enintään muutama virke) seuraaviin kysymyksiin. Jokaisesta kohdasta 1p.
   a) Mitä tarkoittaa Newtonilainen fluidi?
   b) Voidaanko suorakaiteeseen vaikuttava hydrostaattinen voima redusoida pinnan keskiöön, jos seinä on pystysuora? Perustele vastauksesi.
   c) Mitä Reynoldsin kuljetuslauseen eri termit tarkoittavat?
   d) Perustele, että Bernoullin yhtälö kuvaa mekaanisen energian säilymistä kitkattomassa tilanteessa.
   e) Selitä, mistä termeistä Navier-Stokes yhtälöt koostuvat eli mitä kukin termi kuvaa.
   f) Mitä jännitystensorin τ_{xy} indeksit x ja y tarkoittavat?

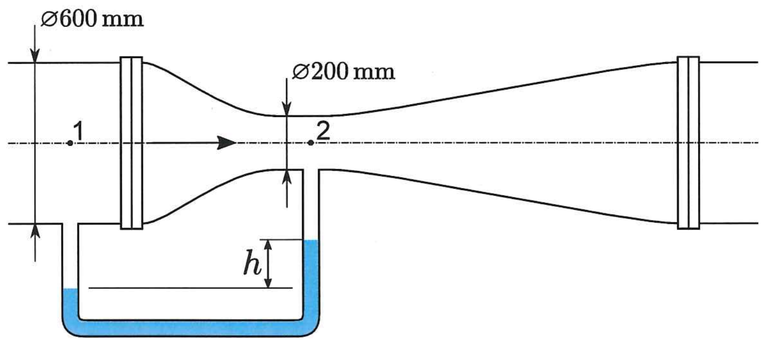
   SE Svara kort (max. några meningar) på följande frågor. En poäng för varje punkt.
   a) Vad är betydelsen av en Newtonsk fluid?
   b) Kan man reducera den hydrostatiska kraften på en rektangel till centroiden av ytan, om ytan är vertikal? Motivera ditt svar.
   c) Vad är betydelsen av de olika termerna i Reynolds transportteoremet?
   d) Motivera, att Bernoulli ekvationen beskriver konserveringen av den mekaniska energin i en friktionslös situation.
   e) Förklara, vilka termer Navier-Stokes ekvationer har, dvs. vad varje term beskriver.
   f) Vad betyder indexen x och y i spänningstensorn τ_{xy}?

   EN Answer shortly (max. few sentences) to the following questions. One point for each item.
   a) What do we mean by a Newtonian fluid?
   b) Can you reduce the hydrostatic force on a rectangle to the centroid of the surface, if the surface is vertical? Justify your answer.
   c) What is the meaning of the different terms in the Reynolds transport theorem?
   d) Justify that the Bernoulli equation describes the conservation of mechanical energy in an inviscid situation.
   e) Explain, which terms the Navier-Stokes equations have, i.e. what do each term desribe.
   f) What is the meaning of the indices x and y in the stress tensor τ_{xy}?

2. **FI** Kuvan 1 venturiputkessa virtaa bensiiniä (ρ = 750 kg/m^3) tilavuusvirralla 0,85 m^3/s. Manometrifluidi on elohopeaa (ρ_m = 13540 kg/m^3). Oleta tehtävissä a ja b, että häviöt ovat merkityksettömiä.
   a) Määritä paine-ero $p_1 - p_2$. (2p)
   b) Määritä manometripatsaan korkeus h. (2p)
   c) Miten manometripatsaan korkeus h muuttuu, jos virtauksessa tapahtuu häviöitä? Perustele vastauksesi. Pisteitä saa vain perustellusta vastauksesta. (2p)

   SE Bensin (ρ = 750 kg/m^3) strömmar i venturiröret (bild 1) med volymströmmen på 0,85 m^3/s. Manometervätskan är kvicksilver (ρ_m = 13540 kg/m^3). Anta i punkter a och b, att förlusterna är obetydliga.
   a) Beräkna tryckdifferensen $p_1 - p_2$. (2p)
   b) Beräkna höjden h. (2p)
   c) Hur förändrar höjden h, om det sker förluster i röret? Motivera ditt svar. Poäng kan fås enbart för svar med en motivering. (2p)

   EN Gasoline (ρ = 750 kg/m^3) flows through the venturi pipe shown in Fig. 1 with a volume flow rate of 0,85 m^3/s. The fluid in the manometer is mercury (ρ_m = 13540 kg/m^3). In subtasks a and b, assume that the losses are negligible.
   a) Determine the pressure difference $p_1 - p_2$. (2p)
   b) Determine the manometer reading h. (2p)
   c) How does the manometer reading h change, if there are losses in the flow? Justify your answer. Points are awarded only for answers with a justification. (2p)



Kuva 1: Tehtävä 2

3. **FI** Vettä pumpataan ilmaan kuvan 2 mukaisesta poistoputkesta. Putkeen on liitetty laippaliitoksella pystysuora mutka. Keskimääräinen virtausnopeus putkessa on 2,0 m/s. Mutkan massa on 75 kg, ja sen sisätilavuus on 0,15 m³. Oleta, että virtauksessa ei tapahdu häviöitä ja että virtausnopeusjakaumat liitoksessa ja mutkan ulostulossa ovat samat. Tehtävänä on määrittää mutkaan kohdistuva tukivoima.

   a) Valitse sopiva kontrollitilavuus sekä piirrä ja nimeä selkeästi (esim. tukivoima) tähän kohdistuvat voimat. Pisteitä saa vain nimetyistä voimista. (2p)

   b) Laske liitoksesta mutkaan kohdistuva vaaka- ja pystysuuntainen voima. (4p)

   SE Vatten pumpas i luft från avloppsröret på bild 2. En vertikal rörkrök är kopplad till röret med en flänsskarv. Den genomsnittliga hastigheten i röret är 2,0 m/s. Rörkröken har en massa på 75 kg och volymen på 0,15 m³. Anta, att förlusterna är obetydliga och att hastighetsfördelningarna vid förbandet och vid avloppet är desamma. Din uppgift är att bestämma stödkraften på rörkröken.

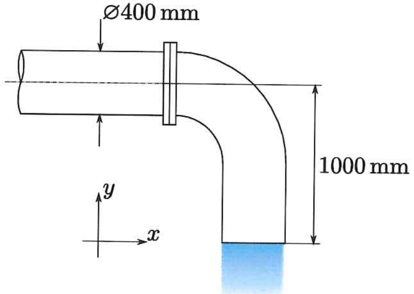
   a) Välja en lämplig kontrolvolym och rita samt benämn tydligt krafterna (t.ex. stödkraften) som påverkar på volymen. Poäng kan fås enbart för det namnade krafterna. (2p)

   b) Beräkna den horisontella och den vertikala stödkraften från förbandet på rörkröken. (4p)

   EN Water is pumped into air according to Fig. 2 from a discharge pipe. A vertical elbow is connected to the pipe with a flange joint. The average flow speed in the pipe is 2,0 m/s. The elbow weighs 75 kg and has an internal volume of 0,15 m³. Assume that there are no losses in the flow and that the velocity distributions at the joint and at the outlet are the same. Your task is to determine the supporting force acting on the elbow.

   a) Choose an appropriate control volume and draw and name clearly the forces acting on it. Points are awarded only for named forces. (2p)

   b) Determine the horizontal and vertical force that the joint exerts on the elbow. (4p)



4. **FI** Kuvan 3 turbiinin (T) teho on 74,6 kW, kun tilavuusvirta on 0,6 m³/s ja virtaavan veden tiheys on 999 kg/m³. Oleta, että häviöt ovat mitättömiä.

   a) Mitä tiedät virtausnopeuksista ja paineista eri pisteissä? (1p)

   b) Määritä korkeus h. (3p)

   c) Määritä paine-ero p_3-p_4. (1p)

   d) Miten tilavuusvirta muuttuu, jos turbiini poistetaan? Perustele vastauksesi. Pisteitä saa vain perustellusta vastauksesta. (1p)

   SE Turbinen (T) i bild 3 har en effekt av 74,6 kW, då volymströmmen är 0,6 m³/s och tätheten för det strömmande vattnet är 999 kg/m³. Anta, att förlusterna är obetydliga.

   a) Vad vet du om hastighet och tryck i olika punkter? (1p)

   b) Beräkna höjden h. (3p)

   c) Beräkna tryckdifferensen p_3-p_4. (1p)

   d) Hur förändrar volymströmmen, om man tar bort turbinen? Motivera ditt svar. Poäng kan fås enbart för svar med en motivering. (1p)

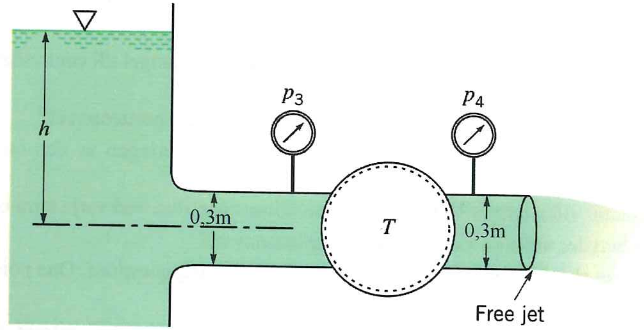
   EN The turbine (T) in Fig. 3 has a power of 74,6 kW, when the volume flow rate is 0,6 m³/s and the density of the flowing water is 999 kg/m³. Assume, that the losses are negligible.

   a) What do you know about the velocity and pressure at various points? (1p)

   b) Determine the height h. (3p)

   c) Determine the pressure difference p_3-p_4. (1p)

   d) How does the volume flow rate change, if the turbine is taken out? Justify your answer. Points are awarded only for answers with a justification. (1p)



Kuva 3: Tehtävä 4 (Young et al, 2011)

KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, kaavakokoelma, VK1

Bernoulli

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g z = \text{vakio virtaviivalla}$$

Taseyhtälöt

$$\frac{dB_{\text{sys}}}{dt} = \frac{\partial B_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum_{\text{in}} \rho V_n A b + \sum_{\text{out}} \rho V_n A b$$

$$\frac{dB_{\text{sys}}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{cv}} \rho b d\forall + \int_A \rho b \vec{v} \cdot \vec{n} dA$$

$$\frac{\partial M_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum_{\text{in}} \rho V_n A + \sum_{\text{out}} \rho V_n A = 0$$

$$\frac{\partial (M\vec{v})_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum_{\text{in}} \rho V_n A \vec{v} + \sum_{\text{out}} \rho V_n A \vec{v} = \sum \vec{F}_{\text{cv}}$$

$$\frac{\partial (M\vec{r} \times \vec{v})_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum_{\text{in}} \rho V_n A (\vec{r} \times \vec{v}) + \sum_{\text{out}} \rho V_n A (\vec{r} \times \vec{v}) = \sum (\vec{r} \times \vec{F})_{\text{cv}}$$

$$\frac{\partial (Me)_{\text{cv}}}{\partial t} + \sum_{\text{out}} \left(\check{u} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz\right) \rho A V_n$$
$$- \sum_{\text{in}} \left(\check{u} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz\right) \rho A V_n = \dot{Q}_{\text{net}} + \dot{W}_{\text{shaft}}$$

$$\left(\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{\text{out}} = \left(\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz\right)_{\text{in}} - \left(\check{u}_{\text{out}} - \check{u}_{\text{in}} - \frac{\dot{Q}_{\text{net}}}{\dot{m}}\right) + \frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\dot{m}}$$

Pyörimisliike

$$(\vec{r} \times \vec{v})_z = r v_\theta, \quad (\dot{m} r v_\theta)_{\text{out}} - (\dot{m} r v_\theta)_{\text{in}} = T_{\text{shaft}}, \quad (\dot{m} r \omega v_\theta)_{\text{out}} - (\dot{m} r \omega v_\theta)_{\text{in}} = \dot{W}_{\text{shaft}}$$

Differentiaaliyhtälöt

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho g_x$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho g_y$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho g_z$$

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x}, \quad \sigma_{yy} = -p + 2\mu\frac{\partial v}{\partial y}, \quad \sigma_{zz} = -p + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right), \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \rho g_x$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + \rho g_y$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \rho g_z$$