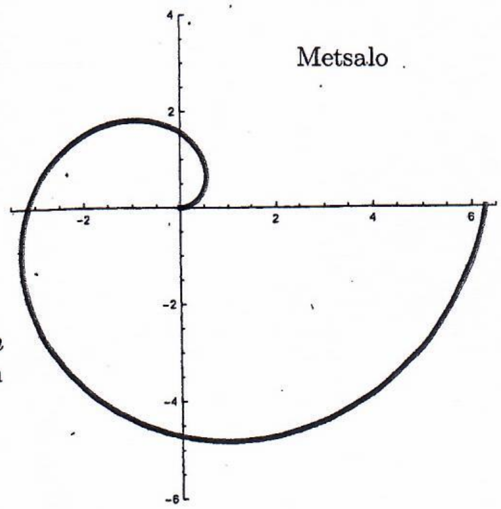
MS-A0202 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2, syksy 2019 Metsalo
Tentti, 23.10.2019

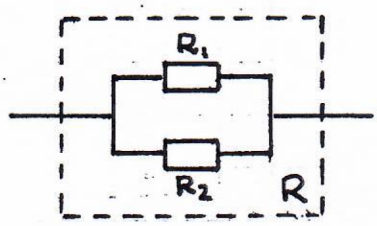


Tentissä ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja
(mutta alhaalla löytyy joitakin kaavoja)

Tehtävä 1. Käyrää $(x(t), y(t)) = (t \cdot \cos t, t \cdot \sin t)$ sanotaan *Arkhimedeen spiraaliksi.* Laske sen osan kaarenpituus, joka saadaan, kun $t \in [0, 2\pi]$ (kuvassa oikealla).

Tehtävä 2. Laske $\iiint_W xyz \cdot dV$, kun W on yksikköpallon oktantti $W = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1;\ x, y, z \geq 0\}$.

Tehtävä 3. Jos kaksi vastusta R_1 ja R_2 kytketään rinnakkain, saadaan piiri, jonka vastus R todeuttaa yhtälön $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Jos $R_1 \approx 4k\Omega$ ja $R_2 \approx 12k\Omega$, niin $R \approx 3k\Omega$. Laske lineaarista approksimaatiota käyttäen approksimatiivinen yläraja R:n suhteelliselle virheelle $|\frac{\Delta R}{R}|$, kun $|\frac{\Delta R_1}{R_1}| \leq 0.6\%$ ja $|\frac{\Delta R_2}{R_2}| \leq 0.2\%$.



Tehtävä 4. Määritä funktion $f(x, y) = x^2 + y^2$ suurin ja pienin arvo ellipsillä $3x^2 + 2xy + 3y^2 = 16$ käyttämällä Lagrangen kertomien menetelmää.

Kaavoja: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
$\cos^2\phi + \sin^2\phi = 1$, $\cos^2\phi = (1 + \cos(2\phi))/2$, $\sin^2\phi = (1 - \cos(2\phi))/2$.
$\sin(2t) = 2\sin t \cos t$, $\cos(2t) = \cos^2 t - \sin^2 t = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$.
$\sin(u \pm v) = \sin(u)\cos(v) \pm \cos(u)\sin(v)$, $\cos(u \pm v) = \cos(u)\cos(v) \mp \sin(u)\sin(v)$.
$\int \sqrt{1+t^2}dt = \frac{t}{2} \cdot \sqrt{1+t^2} + \frac{1}{2} \cdot \ln(t + \sqrt{1+t^2}) + C$.