

**TENTTI, DISKREETIN MATEMATIIKAN PERUSTEET,
MS-A0401**

- **Aika:** 24.10.2019, 9:00 - 12:00
- **Apuvälineet:** Yksi sivu (A4) opiskelijan itse käsin kirjoittamia muistiinpanoja, merkattu opiskelijan nimellä
- Kirjoita eri tehtävien vastaukset eri sivuille. Joka tehtävästä saa maksimissaan 4 pistettä.
- Perustele vastauksesi huolella. Perustelemattomista vastauksista ei saa pisteitä.

TEHTÄVÄ 1

Olkoon $P \parallel Q$ looginen konnektiivi joka tarkoittaa "ei P eikä Q ". (Eli erityisesti lause $P \parallel P$ on yhtäpitävä lauseen $\neg P$ kanssa.)

- a) Kirjoita lauseen $P \parallel Q$ totuustaulu. [1p]
- b) Muodosta lause, joka on loogisesti yhtäpitävä lauseen $P \vee Q$ kanssa, käyttäen ainoastaan symboleja P , Q ja \parallel (sekä sulkeita). [1p]
- c) Muodosta lause, joka on loogisesti yhtäpitävä lauseen $P \wedge Q$ kanssa, käyttäen ainoastaan symboleja P , Q ja \parallel (sekä sulkeita). [2p]

TEHTÄVÄ 2

Olkoon $R(x, y)$ relaatio joka pätee jos ja vain jos $x = y$ tai $x < 2y$.

- a) Onko R ekvivalenssirelaatio joukossa \mathbb{Z} ? [1p]
- b) Onko R ekvivalenssirelaatio joukossa \mathbb{N} ? [1p]
- c) Onko R järjestysrelaatio joukossa \mathbb{Z} ? [1p]
- d) Onko R järjestysrelaatio joukossa \mathbb{N} ? [1p]

TEHTÄVÄ 3

Olkoon A kolmen alkion joukko, ja olkoon $P(A)$ sen potenssijoukko.

- a) Mikä on joukon $P(A)$ mahtavuus? [1p]
- b) Montako surjektiota on $P(A) \rightarrow A$? [3p]

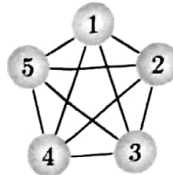
TEHTÄVÄ 4

Tutkitaan permutaatio $\pi = (156)(2379)(48) \in S_9$.

- a) Kirjoita π kaksirivisessä esitysmuodossa. [1p]
- b) Kirjoita π vaihtojen tulona. [1p]
- c) Onko π parillinen vai pariton? [1p]
- d) Kirjoita π^{-1} erillisten syklien tulona. [1p]

TEHTÄVÄ 5

Montako virittäjäpuuta on täydellisessä verkossa K_5 ?



Vihje: Jaa tarkastelu erillisiin tapauksiin puussa olevan pisimmän polun mukaan.

TEHTÄVÄ 6

Olkoon $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ Eulerin funktio. Osoita että jos $\text{syt}(\varphi(a), \varphi(b)) = 1$, niin $\text{syt}(a, b) \leq 2$.