ELEC-A7200 Signaalit ja järjestelmät

Syksy 2019, 1. välikoe

25.10.2019

Tehtävä 1

a) (2p.) Olkoot $x_1(t)$ ja $x_2(t)$ ortonormaaleja signaaleja. Ratkaise

$$\langle \alpha x_1(t) - \beta x_2(t), x_1(t) \rangle \quad \text{ja} \quad \langle \alpha x_1(t) - \beta x_2(t), x_2(t) \rangle$$

b) (2p.) Olkoon $x_3(t) = 2\text{tria}\left(\frac{t}{2}\right)$, missä

$$\text{tria}(t) = \begin{cases} 1+t, & -1 \leq t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

Esitä signaali $x_4(t) = \frac{dx_3(t)}{dt}$ muotoa $\text{rect}\left(\frac{t-t_0}{T}\right)$, olevien kanttipulssien lineaarikombinaationa, missä

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |t| > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Piirrä signaalien $x_3(t)$ ja $x_4(t)$ kuvaajat.

c) (2p.) Ratkaise

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_3(t)\, \delta(t-1)\, dt,$$

missä $\delta(t)$ on Diracin delta funktio.

d) (4p.) Olkoon $x_5(t) = e^{-\alpha t} u(t)$, missä $u(t)$ on yksikköaskelfunktio:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Ratkaise signaalin $x_5(t)$ konvoluutio itsensä kanssa:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_5(\tau) x_5(t-\tau)\, d\tau.$$

Vihje: Piirrä kuvaaja.

Tehtävä 2

Tarkastellaan kolmiopulssia

$$x(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$$

a) (3p.) Laske signaalin $x(t)$ energia.

b) (2p.) Ratkaise pulssin $y(t) = x(\frac{t}{T})$ Fourier'n muunnos $Y(f)$.

c) (2p.) Ratkaise pulssin $y(t) = x(t - t_0)$ Fourier'n muunnos $Y(f)$.

d) (3p.) Ratkaise pulssin $y(t) = x(\frac{t-t_0}{T})$ Fourier'n muunnos $Y(f)$.

Tehtävä 3

Tarkastellaan jaksollista signaalia $x(t) = 2\cos(20\pi t) + \cos(10\pi t)$.

a) (1p.) Mikä on signaalin $x(t)$ jakso T_0 ja mitä taajuuksia signaali sisältää?

b) (3p.) Määritä signaalin eksponentiaalisen Fourier-sarjan kertoimet:

$$x_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-j2\pi \frac{k}{T_0} t} dt.$$

Vinkki: $\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx})$

c) (2p.) Piirrä signaalin kaksipuoleinen amplitudi- ja vaihespektri.

d) (2p.) Piirrä signaalin yksipuoleinen tehospektri.

e) (2p.) Mikä on signaalin keskimääräinen teho?