

**MS-A0401 DISKREETIN MATEMATIIKAN PERUSTEET  
TENTTI**

- Aika: 16:30–20:30
- Kokeen aikana saa käyttää mitä tahansa saatavilla olevia materiaaleja, mutta kokeeseen liittyvä yhteydenpito muihin ihmisiin on kielletty.
- Ratkaisut täytyy kirjoittaa käsin, joko paperille tai kirjoituslustalle, ja niiden täytyy olla selkeästi luettavissa.
- Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi jokaiseen vastauspaperiin.
- Saat vapaasti käyttää kaikkia kurssilla todistettuja lauseita.
- Perustele vastauksesi huolella. Perustelemattomista vastauksista ei saa pisteitä.

TEHTÄVÄ 1

- a) Onko lause  $\forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : x \leq y$  tosi vai epätosi? [1p]  
b) Onko lause  $\exists x \in \mathbb{N} : \forall y \in \mathbb{N} : x \leq y$  tosi vai epätosi? [1p]  
c) Onko lause

$$\forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : \forall z \in \mathbb{N} : (x \leq z \leq y) \leftrightarrow y = z$$

tosi vai epätosi? [2p]

TEHTÄVÄ 2

Olkoon lukujono  $g_n$  määritelty seuraavasti:  $g_0 = g_1 = 1$ , ja

$$g_n = g_{n-1} + 2g_{n-2} \text{ jos } n \geq 2.$$

- a) Laske luvut  $g_n$ ,  $0 \leq n \leq 6$ . [1p]  
b) Osoita, että kaikille  $n \in \mathbb{N}$  pätee

$$2^{n-1} \leq g_n \leq 2^n.$$

[3p]

TEHTÄVÄ 3

Tutkitaan permutaatiota  $\pi = (1524)(2346)(178) \in S_8$ .

- a) Kirjoita  $\pi$  kaksirivisessä esitysmuodossa. [1p]  
b) Kirjoita  $\pi$  erillisten syklien tulona. [1p]  
c) Kirjoita  $\pi$  vaihtojen tulona. [1p]  
d) Onko  $\pi$  parillinen vai pariton? [1p]

TEHTÄVÄ 4

Lukua  $n \in \mathbb{N}$  kutsutaan *pseudoalkuluvuksi* jos  $n|2^n - 2$ .

- a) Perustele miksi kaikki alkuluvut ovat pseudoalkulukuja. [1p]  
b) Laske  $2^5 \pmod{11}$  ja  $2^5 \pmod{31}$ . [1p]  
c) Perustele miksi, jos  $\text{sy}(a, b) = 1$ ,  $a|c$  ja  $b|c$ , niin pätee myös että  $ab|c$ . [1p]  
d) Käyttäen kohtia b) ja c), osoita että  $341 = 11 \cdot 31$  on pseudoalkuluku. [1p]

## TEHTÄVÄ 5

Olkoon  $G(n, k)$  verkko, jonka solmujoukko on  $\{A \subseteq \{1, \dots, n\} : |A| = k\}$ , ja jossa solmujen  $A$  ja  $B$  välillä on kaari jos ja vain jos  $A \cap B = \emptyset$ . Alla on annettu esimerkkinä verkot  $G(3, 1)$  (vasemalla) ja  $G(3, 2)$  (oikealla):



- a) Montako solmua verkossa  $G(n, k)$  on? [1p]  
 b) Montako kaarta verkossa  $G(n, k)$  on? [2p]  
 c) Osoita, että  $G(5, 2)$  on isomorfinen alla olevan *Petersen-verkon* kanssa. [1p]

