Aalto-universitetet
Björn Ivarsson, 050-4067 832

Kurstentamen, onsdag 21.10.2020 kl 16.30 - 20.30
Tentamen, onsdag 21.10.2020 kl 16.30 - 20.30
Differential- och integralkalkyl 1, MS-A0109.

Motivera dina lösningar! Att endast lämna svar ger inga poäng. **Ni skall lösa problemen på egen hand utan hjälp från någon.** *Notera att det finns uppgifter på baksidan också!* **Kurstentamen** består av **uppgift 1, 2, 3, 4 och 5**. **Tentamen** består av **uppgift 1, 2, 3, 4, 5 och 6**. Ni som läst kursen denna period kan om ni vill göra alla uppgifter och vitsordet bestäms enligt antingen *"resultat på kurstentamen + poäng insamlade under kursens gång"* eller *"resultat på tentamen"*. Det alternativ som ger bästa vitsord används.

(1) (a) Beräkna

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^4 - 1}.$$

(3p)

(b) Låt $K > 0$ vara en konstant. Beräkna

$$\lim_{n\to\infty} \frac{Kn + 2\sqrt{n}}{K^2 - n\sqrt{K}}.$$

(3p)

(2) (a) Konvergerar eller divergerar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1} \text{ ?}$$

(1p)

(b) Konvergerar eller divergerar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} \text{ ?}$$

(2p)

(c) Konvergerar eller divergerar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^3 + (-1)^n\sqrt{n}} \text{ ?}$$

(3p)

(3) Beräkna
$$\int_0^1 (x^3 + x) \ln(x^2 + 1)\ dx$$
genom att göra variabelsubstitutionen $t = x^2 + 1$. (6p)

(4) Låt $n > 1$ vara ett heltal. Bestäm lösningen till differentialekvationen
$$xy'(x) + ny(x) = 1, \text{ då } x > 0$$
som uppfyller $y(1) = 1$. (6p)

(5) Låt p och q vara konstanter sådana att $y_1(x) = e^{2x}$ och $y_2(x) = e^{-x}$ uppfyller
$$y''(x) + py'(x) + qy(x) = 0.$$
Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen
$$y''(x) + py'(x) + qy(x) = x.$$
(6p)

(6) Låt $f(x) = x^a$ då $x > 0$. Finns det ett eller flera $a \in \mathbb{R}$ så att
$$f(x) = f^{-1}(x)\ ?$$
Bevisa dina påståenden. (6p)

Lycka till!