

Aalto-universitetet

Ivarsson

Kurstentamen, måndag 22.2.2021 kl 9:00 - 13:00

Tentamen, måndag 22.2.2021 kl 9:00 - 13:00

Differential- och integralkalkyl 2, MS-A0209.

Hjälpmedel: Skrivdon.

Motivera dina lösningar! Att endast lämna svar ger inga poäng. **Kurstentamen** består av **uppgift 1,2,3 och 4**. **Tentamen** består av **uppgift 1,2,3,4 och 5**. Om ni vill kan ni göra alla uppgifter och vitsordet bestäms enligt antingen "*resultat på kurstentamen + poäng insamlade under kursens gång*" eller "*resultat på tentamen*". Det alternativ som ger bästa vitsord används.

- (1) Låt $f(x, y) = y^2/x$ då $x \neq 0$. Beräkna riktningsderivatan till $f(x, y)$ i normalriktningen för punkter på ellipsen

$$2x^2 + y^2 = 1$$

(och uppfyller $x \neq 0$. Alltså de punkter på ellipsen som inte ligger på x -axeln.) (6p)

- (2) Låt

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1\}.$$

Beräkna den generaliserade integralen

$$\iint_D \frac{1}{(1 + x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}} dA.$$

(6p)

- (3) Hitta maximi- och minimivärden för funktionen $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$ på $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. (6p)

- (4) Låt $a > 0$. Beräkna volymen av kroppen

$$K = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{y^2 + z^2}{a^2} \leq x \leq 1 \right\}.$$

(6p)

- (5) Antag att $f(t)$ är deriverbar och uppfyller $f'(t) \neq 0$ då $t > 0$.
Studera ytan

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = f(\sqrt{x^2 + y^2}) \text{ och } \sqrt{x^2 + y^2} > 0 \right\}.$$

Visa att normallinjerna till ytan S samtliga skär z -axeln. (6p)

Lycka till!