

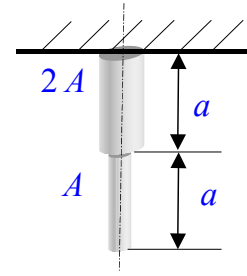
Merkitse kaikkiin vastauspapereihin nimi ja opiskelijanumero.

**Huom!** Kirjoittakaa kaikki välimuodot näkyviin. Osassa kysymyksiä on kohdat (a), (b) jne.

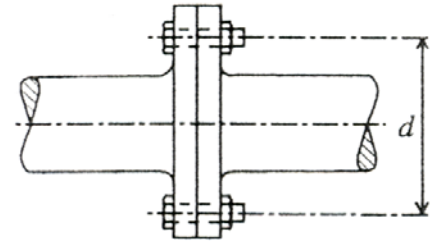
1. Sauvarakenne koostuu kahdesta yhtä pitkstä osasta, joiden poikkipinta-alat ovat  $A$  ja  $2A$ . Osat on tehty samasta materiaalista. Paksumpi sauvoista on kiinnitetty kattoon. Sauvarakennetta rasittaa sauvojen oma paino. Mikä on oman painon aiheuttama sauvarakenteen pituuden muutos? Vihje: Pituuden muutoksen voi yhteydestä

$$\delta = \int_0^L \varepsilon dx, \quad (1)$$

jossa  $L$  on sauvan pituus ennen muodonmuutosta. Muodonmuutos on kimmainen. (3,75 p.)



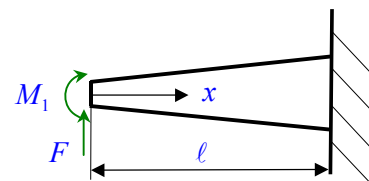
2. Kaksi akselia on liitetty yhteen oheisen kuvan mukaisella laippaliitoksella. Liitoksessa on kaksi (2) pulttia, joiden kunkin halkaisija  $\varphi = 20$  mm. Pulttien keskipisteiden etäisyys  $d = 200$  mm. Asennuksessa on tapahtunut virhe, jonka seurauksena pultit kantavat koko vääntömomentin  $M_v = 10$  kNm. Mikä on pulteissa vallitseva keskimääräinen leikkausjännitys  $\tau^{\text{kesk}}$ ? (1,75 p.)



**Ohje.** Leikkausvoiman  $Q$  suuruuden saat ehdosta, että 2 pulttiin vaikuttavien leikkausvoimien yhteenlaskettu momentti akselin keskiakselin suhteen on  $M_v$ .

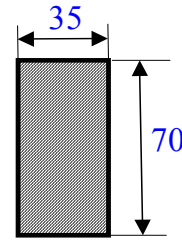
**Huom!** Tällaiset liitokset tehdään siten, että pultit puristavat laipat toisiinsa kiinni, jolloin liitoksen kitka kantaa vääntömomentin  $M_v$ . Lisäksi laittaisin rakenteeseen 4 pulttia. Valitettavasti en löytänyt sellaista kuvaa.

3. Tarkastellaan oheisen kuvan mukaista ulokepalkkia, joka on valmistettu pyöreästä profiilista. Profiilin säde muuttuu siten, että se on pienimmillään palkin vasemmassa päässä ja kasvaa oikealle siirryttäessä, kuten kuvaan on merkitty. Muutos ei kuitenkaan ole välttämättä lineaarinen. Määritä profiilin säteen suuruus  $x$ :n funktiona eli  $a \sim a(x)$  siten, että normaalijännityksen  $\sigma_x(x)$  suurin arvo on sama kussakin poikkileikkauksessa  $x = \text{vakio}$ . Toisin sanoen on määritettävä profiilin säteen  $a \sim a(x)$  muoto siten, että  $\sigma_x^{\text{max}}(x) = \text{vakio}$ .  $M_1 = F\ell$ . (2,75 p.)



Merkitse kaikkiin vastauspapereihin nimi ja opiskelijanumero.

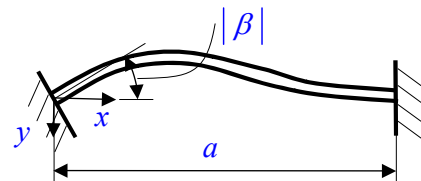
4. Tarkastele tilannetta, jossa oppikirjan sivulla 191 oleva EN 10219 -putkipalkki, jonka perusmitat ovat 70 x 70 x 5 (taulukon alin kokonaisuudessaan näkyvä rivi) korvataan poikkileikkaukseltaan umpinaisella palkilla, jonka korkeus on 70 mm ja leveys on 35 mm. Palkkia kuormittaa vain resultanttitaivutusmomentti  $M_z(x)$ .



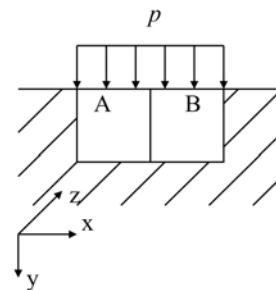
Laske normaalijännitysten  $\sigma_x^{\max}$  suhde eli  $\sigma_{x2}^{\max} / \sigma_{x1}^{\max}$ , jossa alaindeksi 1 viittaa putkipalkkiin ja alaindeksi 2 viittaa korvaavaan palkkiin. Käytä laskelmasasi alaindeksejä 1 ja 2. (1,5 p.)

Oppikirjan sivun taulukko on tämän koetehtäväpaperin sinulla 3.

5. Jäykästi tuetun palkin vasen päähän pakotetaan kallistumiskulma  $|\beta|$  (merkinä  $|$  viittaa itseisarvoon). (a) Määritä tukivoimat ja tukimomentit ratkaisemalla palkin kimmoviivan differentiaaliyhtälö. Piirrä kuva, johon merkitset tukivoimien ja tukimomenttien suunnat. (b) Mikä on muuttujan  $\beta$  yksikkö? (Esim. kilogramma) Kimmokertoimen  $E$  ja jäyhyysmomentin  $I_z$  arvot eivät riipu  $x$ -koordinaatista. Käytä kimmoviivan differentiaaliyhtälön muotoa, jossa on kimmoviivan  $v(x)$  4. derivaatta. (5 p.)



6. Kaksi lineaarisesti elastisista aineista tehtyä kuutiota A ja B on asetettu reunoiltaan täysin jäykäksi oletettuun koloon siten, että välyksiä ei ole. Kuution välinen seinä ja kuutioiden ja kolon väliset seinät ovat kitkattomia. Kuormittamatomana jännityksiä ei esiinny. Laske kuutioiden A ja B välinen pintapaine (= jännitys), kun kuutioita kuormittaa pinnalla tasan jakautunut paine  $p$ . Materiaalivakiot ovat  $E^A$ ,  $\nu^A$ ,  $E^B$  ja  $\nu^B$ . Ratkaisuksi riittää, kun saat yhtälön, jossa on vain yksi tuntematon eli kuutioiden A ja B välinen jännitys. Sen arvoa ei tarvitse ratkaista. (3,75 p.)

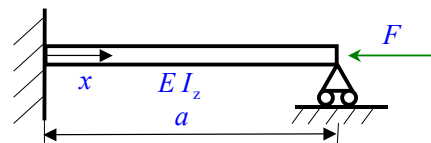


7. Tarkastele viereisen kuvan mukaisen palkin nurjahdusta. Osoita, että nurjahdusvoima määräytyy yhtälöstä, joka on muotoa

$$k a = \text{trigfunk}(k a), \quad (1)$$

jossa

$$k^2 = \frac{F}{E I_z}. \quad (2)$$



Teksti "trigfunk" viittaa trigonometriseen funktioon. (2,5 p.)

Merkitse kaikkiin vastauspapereihin nimi ja opiskelijanumero.

PS. Kotilaskuilla hankittu oikeus osallistua välikokeisiin ja tentteihin on voimassa vain siihen asti, kun kurssi luennoidaan seuraavan kerran. Kyseessä on Aalto-yliopiston yleinen päätös.

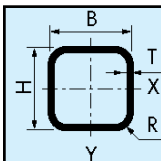
8. Ohuessa levyssä, jonka paksuus  $t = 20\text{ mm}$ , vaikuttaa tasojännitystila. Tämä tarkoittaa, että tasoa vastaan kohtisuora pääjännitys  $\sigma_3 = 0$ . Levyä kuormitettaessa levyn paksuuden muutokseksi mitattiin mikrometri-ruuvilla  $\Delta t = 0,01\text{ mm}$ . Lisäksi jännitysoptisten mittausten avulla saatiin tulos, että pääjännitysten erotus  $\sigma_1 - \sigma_2 = 20\text{ MPa}$ . Määritä levyn pääjännitykset.  $E = 4000\text{ MPa}$ ,  $R_e = 85\text{ MPa}$  ja  $\nu = 0,20$ . (3 p.)



Taulukko 1. RAUTARUUKIN neliön muotoisten EN 10219 -putkipalkkien tietoja.

Taulukko 9 Neliön muotoiset EN 10219 -putkipalkit

H mm	B mm	T mm	X	M kg/m	A mm <sup>2</sup> x 10 <sup>2</sup>	A <sub>u</sub> m <sup>2</sup> /m W <sub>p</sub>	I <sub>x</sub> = I <sub>y</sub> mm <sup>4</sup> x 10 <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> = W <sub>y</sub> mm <sup>3</sup> x 10 <sup>3</sup>
25	25	2,0	x	1,36	1,74	0,093	1,48	1,19
25	25	2,5	x	1,64	2,09	0,091	1,69	1,35
25	25	3,0	x	1,89	2,41	0,090	1,84	1,47
30	30	2,0	x	1,68	2,14	0,113	2,72	1,81
30	30	2,5	x	2,03	2,59	0,111	3,16	2,10
30	30	3,0	x	2,36	3,01	0,110	3,50	2,34
40	40	2,0	x	2,31	2,94	0,153	6,94	3,47
40	40	2,5	x	2,82	3,59	0,151	8,22	4,11
40	40	3,0	x	3,30	4,21	0,150	9,32	4,66
40	40	4,0	x	4,20	5,35	0,146	11,07	5,54
50	50	2,0	x	2,93	3,74	0,193	14,15	5,66
50	50	2,5	x	3,60	4,59	0,191	16,94	6,78
50	50	3,0	x	4,25	5,41	0,190	19,47	7,79
50	50	4,0	x	5,45	6,95	0,186	23,74	9,49
50	50	5,0	x	6,56	8,36	0,183	27,04	10,82
60	60	2,0	x	3,56	4,54	0,233	25,14	8,38
60	60	2,5	x	4,39	5,59	0,231	30,34	10,11
60	60	3,0	x	5,19	6,61	0,230	35,13	11,71
60	60	4,0	x	6,71	8,55	0,226	43,55	14,52
60	60	5,0	x	8,13	10,36	0,223	50,49	16,83
70	70	2,0	x	4,19	5,34	0,273	40,73	11,64
70	70	2,5	x	5,17	6,59	0,271	49,41	14,12
70	70	3,0	x	6,13	7,81	0,270	57,53	16,44
70	70	4,0	x	7,97	10,15	0,266	72,12	20,61
70	70	5,0	x	9,70	12,36	0,263	84,63	24,18
80	80	2,0	x	4,82	6,14	0,313	61,70	15,42



X = Suositussarja  
M = Paino  
A = Poikkileikkauksen pinta-ala  
A<sub>u</sub> = Ulkopuolinen pinta-ala  
I = Jäyhyysmomentti  
W = Taivutusvastus  
W<sub>p</sub> = Plastinen taivutusvastus  
i = Jäyhyyssäde  
I<sub>v</sub> = Vääntöjäyhyys  
W<sub>v</sub> = Vääntövastus  
Laskentatiheys = 7,85 kg/dm<sup>3</sup>