



PHYS-C0240 Materiaalfysiikka, tentti 15.12.2021
Taulukot tai muut muistiinpanot eivät ole sallittuja.
Ylioppilaskokeessa hyväksyty laskin on sallittu.
Perustelee vastauksesi ellei tehtävässä anneta muuta ohjetta.

1. Kiteisen aineen sisäenergia voidaan kirjoittaa muodossa

$$\langle E \rangle = 3 \frac{L^3}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} (\hbar\omega(\mathbf{k})) (n_B(\beta\hbar\omega(\mathbf{k})) + 1/2)$$

missä ω on kiteen harmonisten värähtelijöiden kulmataajuus, \mathbf{k} vastaava aaltovektori ja $\beta = 1/(k_B T)$. Osoita käyttäen Debyen approksimaatiota $\omega(\mathbf{k}) = v|\mathbf{k}|$, että pienillä lämpötiloilla aineen lämpökapasiteetti käyttäytyy kuin T^3 . (4 p.)

2. Tarkastellaan yksiuolotteista atomiketjua, jossa on vuorotellen kahdenlaisia atomeja. Atomien massat ovat erisuuret m_1 ja m_2 siten että $m_1 > m_2$. Kahden vierekkäisen atomin välistä vuorovaikutusta kuvaava jousivakio on kaikissa tapauksissa yhtäsuuri κ .

(a) Osoita, että atomiketjun värähtelyjen dispersiorelaatio on

$$\omega^2 = \frac{\kappa}{m_1 m_2} \left(m_1 + m_2 \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos(ka)} \right)$$

missä a on ketjun alkeiskopin koko. (4 p.)

(b) Kuinka suuri on optisen ja akustisen moodin välinen vyöaukko? (4 p.)

3. Röntgendiffraktiossa kiteisestä aineesta mitatut hilatasojen väliset etäisyydet ovat muotoa

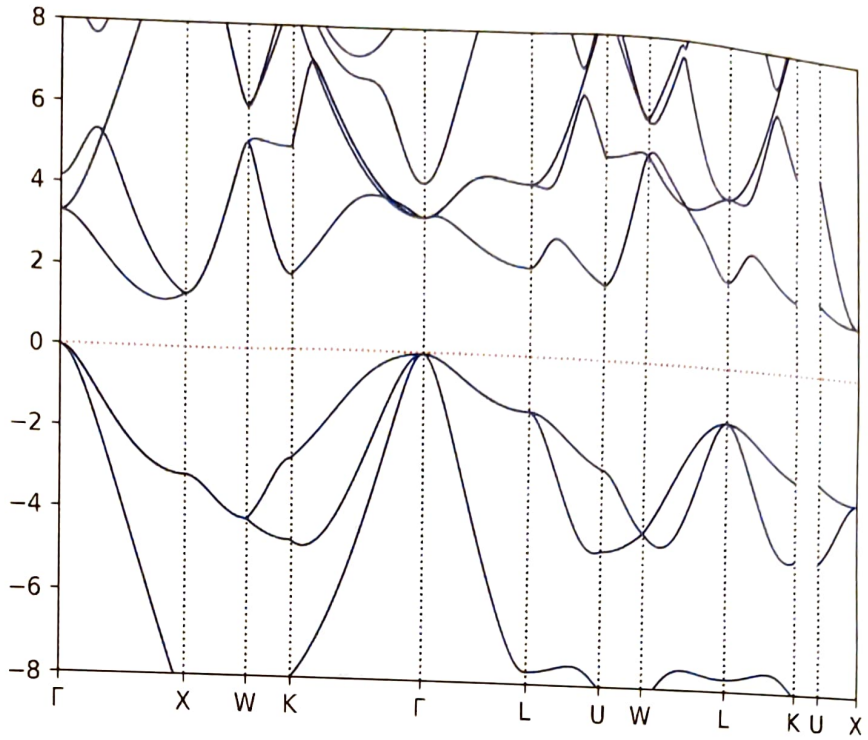
$$d_{(hkl)} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

missä a on kuutiollisen yksikkökopin särmän pituus. Vastaava muototekijä on

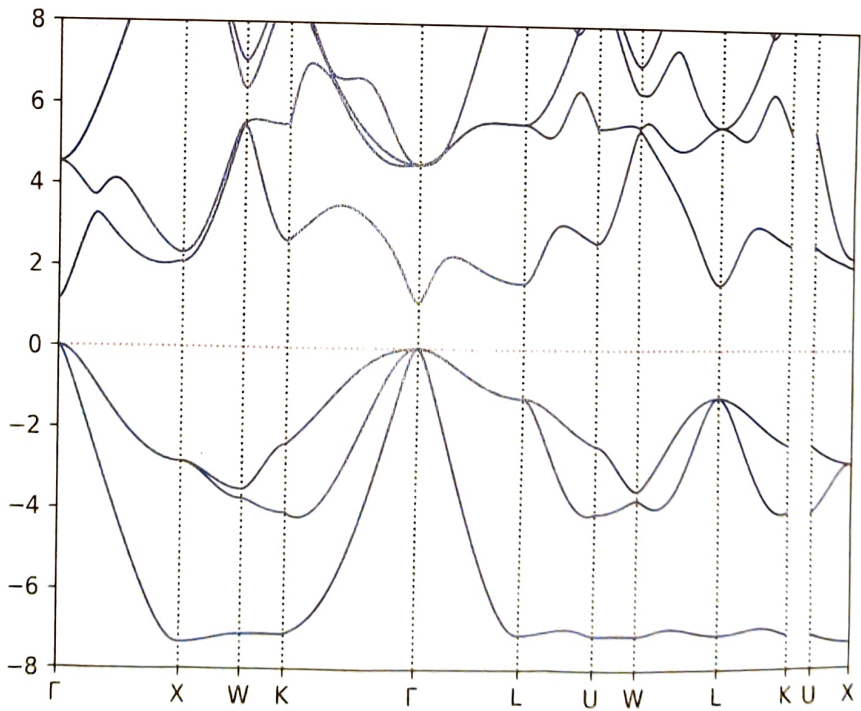
$$S_{(hkl)} = \sum_j f_j e^{2\pi i(hx_j + ky_j + lz_j)}$$

- (a) Osoita, että fcc-kiteen tapauksessa havaitaan vain ne tasot, joille indeksit h , k ja l ovat kaikki parillisia tai parittomia. (3 p.)
- (b) Erään alkuaineen röntgendiffraktiossa havaittiin diffraktiopiikit kulmilla $2\theta = 43,1^\circ$, $50,2^\circ$, $73,7^\circ$ ja $89,4^\circ$. Röntgensäteilyn aallonpituus oli $0,154$ nm. Mikä on aineen hilarakenne ja kuinka suuri on alkuaineen kuutiollisen kopin särmän pituus? (5 p.)

4. Oheisissa kuvissa 1 ja 2 on esitetty piin ja galliumarsenidin elektronien vyörakenteet. Energian nollassa on asetettu kuvissa valenssivyön huippuun ja pystyakselin yksikkö on elektronivoltti. Mitä voit sanoa piin ja galliumarsenidin ominaisuuksista niiden vyörakenteiden perusteella? (8 p.)
- Piin kiderakenne on sama kuin timantin ja galliumarsenidin kiderakenne on sinkkivälke. Kuutiollisen kopin hilavakiot ovat $a_{\text{Si}} = 0,357$ nm, $a_{\text{GaAs}} = 0,357$ nm



Kuva 1: Piin vyörakenne.



Kuva 2: Galliumarsenidin vyörakenne.