

2. (a) Permittiivisyys on reaalinen, eli aine on häviötön. Siis aalto ei vaimene — eli vaimennus on 0 dB!
- (b) Nyt on permittiivisyys kompleksinen ja aine häviöllistä:

$$\varepsilon = \varepsilon'_r \varepsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega} = (\varepsilon'_r - j \varepsilon''_r) \varepsilon_0 \approx (3 - j 2,05) \varepsilon_0$$

Saadaan aaltoluvuksi

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon} \approx (3,35 - j 1,03) \text{ 1/m}$$

Eli aallon sähkökenttä vaimenee viiden metrin matkalla lukemaan $\exp(-1,03 \cdot 5) \approx 0,0057$. Tämä on noin 45 desibelin vaimennus.

3. (a) Ks. oppikirjan luku 2.3.2. Kentät ovat rajapinnan suuntaisia, joten sähkökentän jatkuvuus vaatii $1 + R = T$ ja magneettikenttä puolestaan $1/\eta_1 - R/\eta_1 = T/\eta_2$. Saadaan

$$R = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}, \quad T = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

(Aaltoimpedanssi on $\eta_i = \sqrt{\mu_i/\varepsilon_i}$.)

- (b) Tulevan aallon Poyntingin vektori on

$$\mathbf{S}_{1+} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{1+} \times \mathbf{H}_{1+}^* = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{1+} \times \left(\frac{\mathbf{u}_z \times \mathbf{E}_{1+}}{\eta_1} \right)^* = \mathbf{u}_z \frac{1}{2\eta_1} \mathbf{E}_{1+} \cdot \mathbf{E}_{1+}^*$$

(Aine on häviötön, eli η_1 on reaalinen, joten $\eta_1^* = \eta_1$).

Tulevan aallon tehotiheudeksi tulee

$$S_{1+} = \frac{|E_{1+}|^2}{2\eta_1}$$

Heijastuneen aallon tehotiheys on $S_{1-} = |E_{1-}|^2/(2\eta_1)$ ja läpäisseen aallon $S_{2+} = |E_{2+}|^2/(2\eta_2)$. Ja koska $E_{1-} = RE_{1+}$ ja $E_{2+} = TE_{1+}$, saadaan

$$S_{1-} + S_{2+} = \frac{|E_{1+}|^2}{2\eta_1} \left(R^2 + \frac{\eta_1}{\eta_2} T^2 \right) = \frac{|E_{1+}|^2}{2\eta_1} \left(\frac{(\eta_2 - \eta_1)^2}{(\eta_2 + \eta_1)^2} + \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{4\eta_2^2}{(\eta_2 + \eta_1)^2} \right) = \frac{|E_{1+}|^2}{2\eta_1} = S_{1+}$$