Aalto University School of Electrical Engineering
Department of Communications and Networking
ELEC-C7210 Modeling and analysis of communication networks, Autumn 2021

Examination
10.1.2022
Lassila

Please answer to all five (5) questions. You may answer using English, Finnish or Swedish.

1. Buses arrive at a bus stop according to a Poisson process with an average interarrival time of 10 minutes. You arrive at the bus stop at a random time. Thus, you don't know when the previous bus left, nor when the next bus will arrive.
   (a) Let T denote the time until the arrival of the next bus. Specify the distribution and the mean value of the random variable T?
   (b) What is the probability that at least two buses arrive during a 5 minute interval following your arrival?

2. Consider the M/M/3/3 model with mean customer interarrival time of $1/\lambda$ time units and mean service time of $1/\mu$ time units. Let $X(t)$ denote the number of customers in the system at time t.
   (a) Draw the state transition diagram of the Markov process $X(t)$.
   (b) Derive the equilibrium distribution of $X(t)$. Are there any stability conditions?
   (c) Assume that $\lambda = \mu$. What is the probability that an arriving customer can enter the system, i.e., is not blocked?

3. Consider elastic data traffic carried by a 10-Mbps link in a packet switched network. Use a pure sharing system model with a single server. New flows arrive according to a Poisson process at rate 8 flows per second, and the sizes of files to be transferred are independently and exponentially distributed with mean 1 Mbit. Let $X(t)$ denote the number of ongoing flows at time t, which is a Markov process.
   (a) What is the traffic load?
   (b) Derive the equilibrium distribution of $X(t)$. Is there any condition for the existence of the equilibrium distribution?
   (c) What is the throughput of a flow?

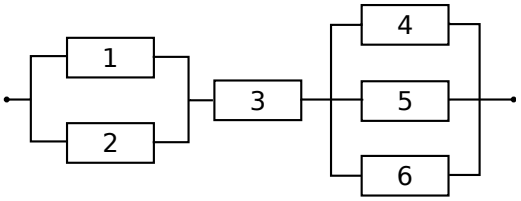
4. Consider a Markov process with state space $S = \{0, 1, 2, 3\}$ and the following state transition rate matrix

$$Q = \begin{pmatrix} - & 1 & 0 & 0 \\ 0 & - & 1 & 0 \\ 1 & \mu & - & 0 \\ 0 & 1 & 1 & - \end{pmatrix}.$$

   a) Draw the state transition diagram of the process. Is this process irreducible?
   b) Write and solve the global balance equations (GBE).
   c) Assume that the system is started from the state 3 at time 0. What is the relationship between this initial distribution and the equilibrium distribution you solved in b-part?

Last question on the other side of the paper

5. (a) Determine the structure function $\phi(\mathbf{x})$ of the structure of independent components in the reliability block diagram below.



(b) What is the availability of the above system? Availability of component 3 is 1. For the rest of the components, the MDT is 1 [time unit]. However, MTTF of components 1 and 2 is 2 [time units] and for components 4, 5 and 6 it is 4 [time units].

Alla on suomenkieliset suuntaa-antavat käännökset tehtävistä.

1. Bussit ohittavat bussipysäkin Poisson prosessin mukaisesti niin, että keskimääräinen saapumisten väliaika on 10 minuuttia. Saavut pysäkille satunnaisena ajanhetkenä. Eli ilman tietoa edellisen bussin tai seuraavan bussin ohitusajasta.

   (a) Olkoon T aika seuraavan bussin saapumiseen. Mikä on satunnaismuuttuja T:n jakauma ja keskiarvo?

   (b) Mikä on todennäköisyys, että ainakin kaksi bussia saapuu seuraavan 5 minuutin aikana saapumisesi jälkeen?

2. Tarkastellaan M/M/3/3 mallia, jossa asiakkaiden keskimääräinen saapumisväli on $1/\lambda$ aikayksikköä ja keskimääräinen palveluaika on $1/\mu$ aikayksikköä. Olkoon $X(t)$ asiakkaiden lukumäärä systeemissä ajanhetkellä t.

   (a) Piirrä Markov prosessin $X(t)$ tilasiirtymäkaavio.

   (b) Johda $X(t)$:n tasapainojakauma. Onko systemillä stabiilisuusehtoa?

   (c) Oletetaan, että $\lambda = \mu$. Mikä on todennäköisyys, että saapuva asiakas pääsee sisään systeemiin, eli se ei esty?

3. Tarkastellaan elastista dataliikennettä 10 Mbps linkillä pakettikytkentöisessä verkossa. Sovella puhdasta jakomallia, jossa on yksi palvelin. Uusia voita saapuu Poisson prosessin mukaisesti 8 vuota sekunnissa and tiedostojen koot ovat riippumatomia ja noudattavat eksponentiaalijakaumaa keskiarvona 1 Mbit. Olkoon $X(t)$ käynnissä olevien voiden lukumäärä hetkellä t, joka on Markov prosessi.

   (a) Mikä on systeemin kuorma?

   (b) Johda $X(t)$:n tasapainojakauma? Onko olemassa mitään ehtoa jakauman olemassaololle?

   (c) Mikä on vuon läpäisy?

4. Tarkastellaan Markov prosessia, jolla on tila-avaruus $S = \{0, 1, 2, 3\}$ ja seuraavat tilasiirtymämatriisi

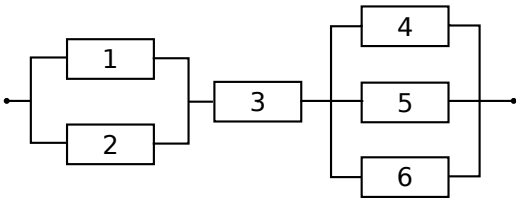
$$Q = \begin{pmatrix} - & 1 & 0 & 0 \\ 0 & - & 1 & 0 \\ 1 & \mu & - & 0 \\ 0 & 1 & 1 & - \end{pmatrix}.$$

   a) Piirrä prosessin tilasiirtymäkaavio. Onko prosessi pelkistymätön?

   b) Kirjoita ja ratkaise globaalit tasapainoehdot (GBE).

   c) Oletetaan, että systeemi käynnistetään tilasta 3 ajanhetkellä 0. Mikä on tämän alkujakauman suhde tasapainojakaumaan, jonka ratkaist kohdassa b?

5. (a) Määrittele rakennefunktio $\phi(\mathbf{x})$ alla olevalle riippumattomien komponenttien muodostamalle kokonaisuudelle



   (b) Mikä on kokonaisuuden luotettavuus? Komponentti 3:n luotettavuus on 1. Muille komponenteille MDT on 1 [aikayksikköä]. Toisaalta komponenteilla 1 ja 2 MTTF on 2 [aikayksikköä] ja komponenteilla 4, 5 ja 6 se on 4 [aikayksikköä].