

**Kirjoita ratkaisusi tietokoneella tai selkeällä käsialalla paperille.** Mikäli käytät tietokonetta apuvälineenä laskemiseen, kerro selkeästi mitä tuloksia olet laskenut tietokoneella, millä ohjelmalla, ja mitä komentoja olet käyttänyt.

**Palautusohje:** Palauta ratkaisusi MyCourses-sivuston kautta. Palauta ratkaisusi **7.3.2022 klo 12.00 mennessä**. Pidä tarkasti huolta, että palautat ratkaisusi ajoissa.

**Vastausohje:** Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta **perustele ratkaisusi huolella**. Arvostelussa kiinnitetään erityistä huomiota asioiden ymmärtämiseen. Siten on erittäin tärkeää, että osoitat osaamisesi vastauksissasi. Vastaus ilman perustelua ei anna pisteitä. Mikäli vastauksestasi ei ilmene selvästi miten olet asian sisäistänyt, voi myös se aiheuttaa vähennyksiä pisteisiin. Kokeessa on 5 tehtävää, joista jokaisesta saa 0–6 pistettä.

**Sallitut apuvälineet:** laskin, kurssimateriaali, excel, tai mitä koetkaan tarpeelliseksi. Kotitentissä saat vapaasti käyttää saatavilla olevia materiaaleja.

---

1. Selitä lyhyesti seuraavat käsitteet omin sanoin.

- (a) Ehdollinen todennäköisyys. (2p)
- (b) Keskeinen raja-arvause. (2p)
- (c) Satunnaismuuttuja ja sen jakauma. (2p)

2. (a) Selosta lyhyesti käsitteet estimaattori ja estimaatti, sekä selitä niiden ero. (2p)
- (b) Selosta lyhyesti, mitä tarkoittavat estimaattorin harhattomuus sekä tarkentuvuus. (2p)
- (c) Mittauksista saatiin havainnot  $(-2, 0, 1, 3, -2, 4)$ . Laske estimaatit odotusarvolle  $\mu$  ja hajonnalle  $\sigma$  käyttäen jotakin harhatonta estimaattoria. **Huomautus:** Raportoi myös käyttämäsi kaavat - pelkkä Excelin vastaus ei riitä. (2p)

3. Markettiin toimitettavista ruoka-annoksista 30% tulee tehtaalta X, 40% tehtaalta Y, ja 30% tehtaalta Z. X:n valmistamista annoksista pilaantuneita on 0.04%. Vastaavasti 0.03% Y:n valmistamista annoksista ja 0.03% Z:n valmistamista annoksista on pilaantuneita.

- (a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu annos on pilaantunut? (1p)
- (b) Valittu annos osoittautuu pilaantuneeksi. Millä todennäköisyydellä sen on valmistanut tehdas X? (2p)
- (c) Marketin johtajana haluat vähentää pilaantuneiden annosten osuutta (välittämättä siitä, minkä verran tuotettu kokonaismäärä vähenee). Jos voit katkaista toimitus-sopimuksen vain yhden tehtaan kanssa, minkä kolmikosta X, Y, tai Z valitsisit? Perustele vastauksesi huolella! (3p)

4. (a) Olkoon  $Z \sim N(0, 1)$ . Määrää todennäköisyydet  $\mathbb{P}(Z < 1)$ ,  $\mathbb{P}(Z < -1)$ , ja  $\mathbb{P}(|Z| > 1)$  käyttämällä hyväksesi todennäköisyyden laskusääntöjä, normaalijakauman ominaisuuksia, sekä tietoa  $\mathbb{P}(-1 \leq Z \leq 1) = 0.6827$  (et siis voi poimia todennäköisyyksiä excelistä, vaan sinun on johdettava vaaditut todennäköisyydet annetuista tiedoista). (3p)

- (b) Terveysvalmisteen vaikuttavan aineen pitoisuus  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Vaikuttavan aineen pitoisuus valmisteissa on keskimäärin  $\mu = 100$  mg. Tuottaja pystyy tuotanto-prosessin viilauksella säätämään hajontaa  $\sigma$ . Minkä suuruiseksi  $\sigma$  on asetettava, jotta vähintään 90% valmisteista sisältää vaikuttavaa ainetta vähintään 80 mg, mutta korkeintaan 120 mg? **Käytä normalisointia!** (3p)
5. (a) Kurssilla käsitellyistä testeistä neljässä (testi odotusarvolle, testi suhteelliselle osuudelle, odotusarvojen parivertailu, sekä suhteellisten osuuksien parivertailu) p-arvo ja/tai kriittiset rajat laskettiin normaalijakaumasta. Perustele lyhyesti omin sanoin, miksi normaalijakauman käyttö kyseisissä testeissä on perusteltua. (3p)
- (b) Yrityksen johtaja väittää, että vain yhdessä prosentissa tuotteista esiintyy vikoja. Perusteluiksi poimittiin satunnaisesti 50 tuotetta suhteellisen osuuden testiä varten. Nol-lahypoteesina oli, että viallisten osuus on 1%, ja testissä käytettiin kaksisuuntaista vaihtoehdoista hypoteesia. Testisuureen arvoksi saatiin 3.03, josta edelleen normaalijakau-masta p-arvoksi noin 0.2%. Yritysjohdaja hehkuttaa olleensa oikeassa. Esitä ja perustele huolellisesti analyysisi testaus-asetelmasta ja sen tuloksista. Ovatko tulokset mielestäsi luotettavia? Löydätkö mahdollisia virhelähteitä? (3p)