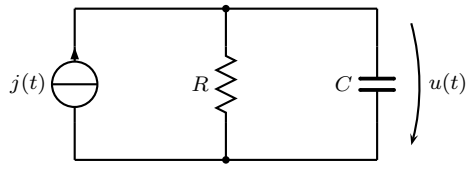
VARSINAINEN VÄLIKOE OLI SÄHKÖISENÄ MC:ssä. Tässä on ratkaisuja tehtäviin.

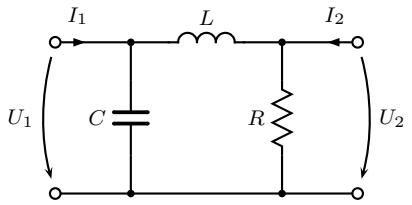
1.



RC-piiriin vaikuttaa lähdevirta $j(t) = [1\,\mathrm{A} - \hat{j}\cdot\sin(\omega t) + 2\hat{j}\cdot\sin(2\omega t)]$. Laske piirin jännite $u(t)$ ajan funktiona ja vastuksessa kuluva teho. Piiri on jatkuvuustilassa.

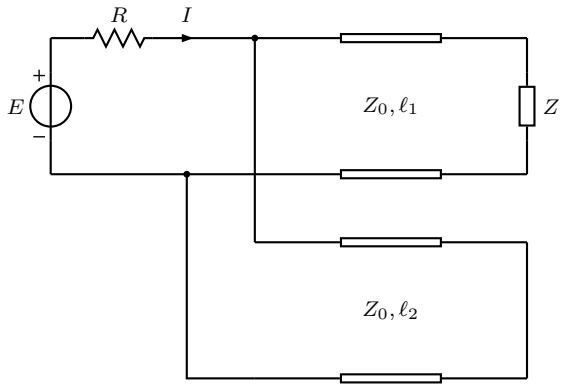
$$\hat{j} = 0{,}5\,\mathrm{A} \qquad C = 2\,\mu\mathrm{F} \quad \omega = 3000\ \mathrm{rad/s}$$
$$R = 500\ \Omega.$$

2.



Laske kuvan kaksiportin y-parametrit.

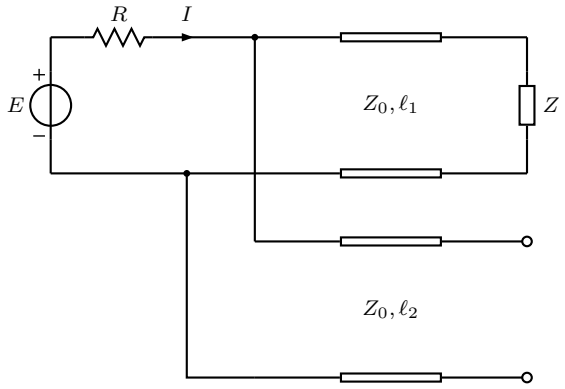
3.



Laske virta I. Siirtojohdot ovat häviöttömiä.

$$Z = 25\ \Omega \qquad Z_0 = 50\ \Omega \quad R = 10\ \Omega$$
$$\ell_1 = 5\lambda/12 \quad \ell_2 = \lambda/8 \quad E = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}.$$

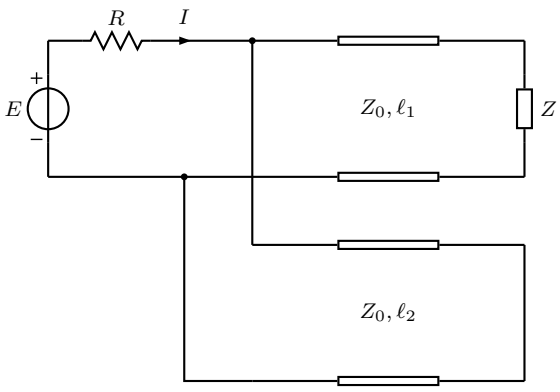
3.



Laske virta I. Siirtojohdot ovat häviöttömiä.

$$Z = 25\ \Omega \qquad Z_0 = 50\ \Omega \quad R = 10\ \Omega$$
$$\ell_1 = 5\lambda/12 \quad \ell_2 = \lambda/8 \quad E = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}.$$

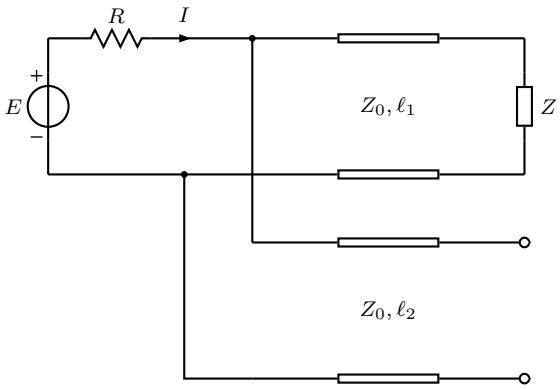
3.



Laske virta I. Siirtojohdot ovat häviöttömiä.

$$Z = 25\ \Omega \quad Z_0 = 50\ \Omega \quad R = 10\ \Omega$$
$$\ell_1 = \lambda/12 \quad \ell_2 = \lambda/8 \quad E = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}.$$

3.

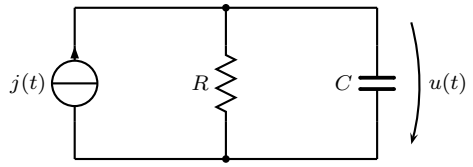


Laske virta I. Siirtojohdot ovat häviöttömiä.

$$Z = 25\ \Omega \quad Z_0 = 50\ \Omega \quad R = 10\ \Omega$$
$$\ell_1 = \lambda/12 \quad \ell_2 = \lambda/8 \quad E = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}.$$

Jos käytit Smithin karttaa, palauta se osana vastaustasi.

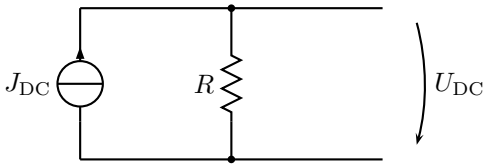
0.1



RC-piiriin vaikuttaa lähdevirta $j(t) = [1\,\mathrm{A} - \hat{j} \cdot \sin(\omega t) + 2\hat{j} \cdot \sin(2\omega t)]$. Laske piirin jännite $u(t)$ ajan funktiona ja vastuksessa kuluva teho. Piiri on jatkuvuustilassa.

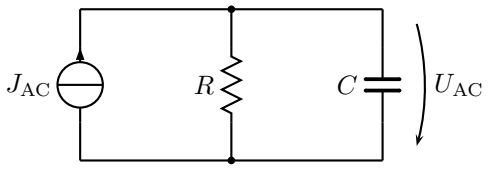
$$\hat{j} = 0{,}5\,\mathrm{A} \qquad C = 2\,\mu\mathrm{F} \quad \omega = 3000\ \mathrm{rad/s}$$
$$R = 500\ \Omega.$$

Käsitellään ensin virtalähteen tasavirtakomponentti:



$$J_{\mathrm{DC}} = 1\,\mathrm{A}$$
$$U_{\mathrm{DC}} = R \cdot J_{\mathrm{DC}} = 500\,\mathrm{V}$$
$$P_{\mathrm{DC}} = U_{\mathrm{DC}} \cdot J_{\mathrm{DC}} = 500\,\mathrm{W}$$

Ratkaistaan seuraavaksi vaihtojännitekomponentti:



$$J_{\mathrm{AC}} = \frac{-\hat{j}}{\sqrt{2}}\underline{/0^\circ}$$

$$U_{\mathrm{AC}} = J_{\mathrm{AC}} \cdot \frac{\frac{R}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{-\hat{j}}{\sqrt{2}} \frac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC} = 55{,}9\underline{/108{,}4^\circ}\,\mathrm{V}$$

$$P_{\mathrm{AC}} = \frac{|U_{\mathrm{AC}}|^2}{R} = 6{,}25\,\mathrm{W}$$

Toisella harmonisella saadaan:

$$J_{\mathrm{AC2}} = \frac{-\hat{j}}{2\sqrt{2}}\underline{/0^\circ}$$

$$U_{\mathrm{AC}} = J_{\mathrm{AC2}} \cdot \frac{\frac{R}{\mathrm{j}2\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}2\omega C}} = \frac{2\hat{j}}{\sqrt{2}} \frac{R}{1 + \mathrm{j}2\omega RC} = 58{,}12\underline{/-80{,}5^\circ}\,\mathrm{V}$$

$$P_{\mathrm{AC}} = \frac{|U_{\mathrm{AC}}|^2}{R} = 6{,}76\,\mathrm{W}$$

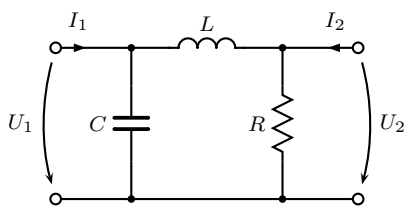
Kokonaisteho saadaan laskemalla tasa- ja vaihtovirtatehot yhteen.

$$P = P_{\mathrm{DC}} + P_{\mathrm{AC}} + P_{\mathrm{AC2}} = 513\,\mathrm{W}$$

Kokonaisjännite ajan funktiona saadaan muuttamalla osoitin ajan funktioksi ja lisäämällä siihen DC-jännite:

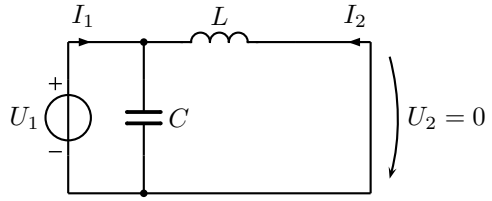
$$u(t) = \left[500 + 79{,}1 \sin\left(3000t + \frac{108{,}4^\circ}{180^\circ}\pi\right) + 82{,}2 \sin\left(6000t + \frac{-80{,}5^\circ}{180^\circ}\pi\right)\right]\ \mathrm{V}$$

0.2



Laske kuvan kaksiportin y-parametrit.

Koska kaksiportti sisältää vain RLC-elementtejä, piiri on resiprookkinen $\Rightarrow y_{21} = y_{12}$. (Piiri ei ole symmetrinen.) Tarkastellaan ensiksi tilannetta, jossa $U_2 = 0$.



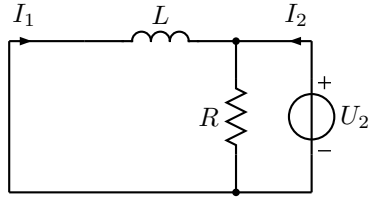
$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{U_2=0}$$

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{U_1}\right|_{U_2=0}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{\frac{sL\cdot\frac{1}{sC}}{sL+\frac{1}{sC}}} = \frac{1+s^2LC}{sL}U_1 = \left(\frac{1}{sL} + sC\right)U_1$$

$$I_2 = \frac{-\frac{1}{sC}}{sL+\frac{1}{sC}}I_1 = -\frac{1}{1+s^2LC}\cdot\frac{1+s^2LC}{sL}U_1 = -\frac{1}{sL}U_1$$

Seuraavaksi $U_1 = 0$:



$$y_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{U_1=0}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{\frac{R\cdot sL}{R+sL}} = \frac{R+sL}{sLR}U_2 = \left(\frac{1}{sL} + \frac{1}{R}\right)U_2$$

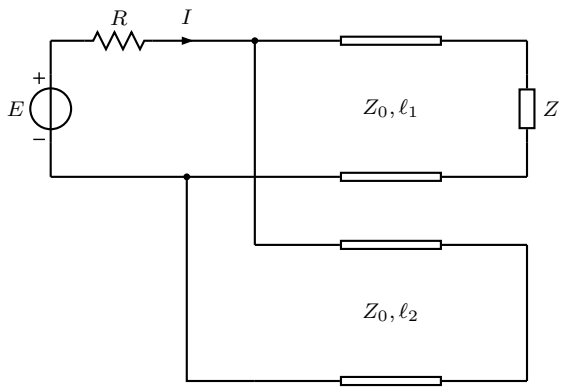
y-parametreiksi saadaan:

$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{U_2=0} = \frac{1+s^2LC}{sL} = \frac{1}{sL} + sC$$

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{U_1}\right|_{U_2=0} = -\frac{1}{sL}$$

$$y_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{U_1=0} = \frac{R+sL}{sLR} = \frac{1}{sL} + \frac{1}{R}$$

0.3



Laske virta I. Siirtojohdot ovat häviöttömiä.

$$Z = 25\ \Omega \qquad Z_0 = 50\ \Omega \qquad R = 10\ \Omega$$
$$\ell_1 = 5\lambda/12 \qquad \ell_2 = \lambda/8 \qquad E = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}.$$

Häviöttömän siirtojohdon ketjumatriisi:

$$\begin{bmatrix} U_\mathrm{a} \\ I_\mathrm{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta\ell) & \mathrm{j}Z_0 \sin(\beta\ell) \\ \mathrm{j}Y_0 \sin(\beta\ell) & \cos(\beta\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\mathrm{b} \\ I_\mathrm{b} \end{bmatrix}$$

Jakamalla ketjumatriisiyhtälöt keskenään saadaan lauseke johdon alkupäässä näkyvälle impedanssille

$$Z_\mathrm{a} = \frac{U_\mathrm{a}}{I_\mathrm{a}} = \frac{\cos(\beta\ell) \cdot U_\mathrm{b} + \mathrm{j}Z_0 \sin(\beta\ell) \cdot I_\mathrm{b}}{\mathrm{j}Y_0 \sin(\beta\ell) \cdot U_\mathrm{b} + \cos(\beta\ell) \cdot I_\mathrm{b}}$$

Johto 1:

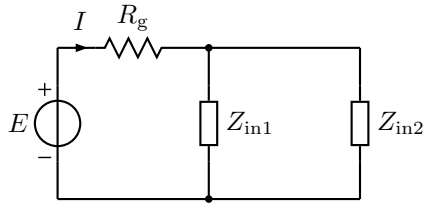
$$\theta_1 = \beta\ell_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{5\lambda}{12} = \frac{5\pi}{6}$$

$$Z_\mathrm{in1} = \frac{Z_\mathrm{L} + \mathrm{j}Z_0 \tan\theta_1}{\mathrm{j}Z_\mathrm{L}Y_0 \tan\theta_1 + 1} = \frac{25 - \mathrm{j}\frac{50}{\sqrt{3}}}{-\mathrm{j}\frac{0{,}5}{\sqrt{3}} + 1} = (30{,}77 - \mathrm{j}20{,}0)\,\Omega$$

Johto 2:

$$\theta_2 = \beta\ell_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$Z_\mathrm{in2} = \mathrm{j}Z_0 \tan\theta_2 = \mathrm{j}50\,\Omega$$



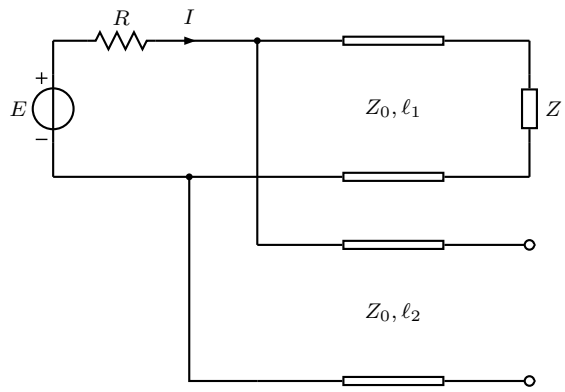
Johtojen alkupäästä näkyvä kokonaisimpedanssi:

$$Z_\mathrm{kok} = \frac{Z_\mathrm{in1} Z_\mathrm{in2}}{Z_\mathrm{in1} + Z_\mathrm{in2}} = (41{,}64 + \mathrm{j}9{,}39)\,\Omega$$

Virran voi laskea Ohmin laista:

$$I = \frac{E}{R + Z_\mathrm{kok}} = (0{,}016 - \mathrm{j}0{,}021)\,\mathrm{A} = 0{,}019\underline{/-10{,}30^\circ}\,\mathrm{A}$$

0.3



Laske virta I. Siirtojohdot ovat häviöttömiä.

$$Z = 25\ \Omega \qquad Z_0 = 50\ \Omega \qquad R = 10\ \Omega$$
$$\ell_1 = 5\lambda/12 \qquad \ell_2 = \lambda/8 \qquad E = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}.$$

Häviöttömän siirtojohdon ketjumatriisi:

$$\begin{bmatrix} U_\mathrm{a} \\ I_\mathrm{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta\ell) & \mathrm{j}Z_0 \sin(\beta\ell) \\ \mathrm{j}Y_0 \sin(\beta\ell) & \cos(\beta\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\mathrm{b} \\ I_\mathrm{b} \end{bmatrix}$$

Jakamalla ketjumatriisiyhtälöt keskenään saadaan lauseke johdon alkupäässä näkyvälle impedanssille

$$Z_\mathrm{a} = \frac{U_\mathrm{a}}{I_\mathrm{a}} = \frac{\cos(\beta\ell) \cdot U_\mathrm{b} + \mathrm{j}Z_0 \sin(\beta\ell) \cdot I_\mathrm{b}}{\mathrm{j}Y_0 \sin(\beta\ell) \cdot U_\mathrm{b} + \cos(\beta\ell) \cdot I_\mathrm{b}}$$

Johto 1:

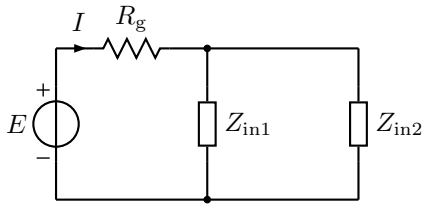
$$\theta_1 = \beta\ell_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{5\lambda}{12} = \frac{5\pi}{6}$$

$$Z_\mathrm{in1} = \frac{Z_\mathrm{L} + \mathrm{j}Z_0 \tan\theta_1}{\mathrm{j}Z_\mathrm{L}Y_0 \tan\theta_1 + 1} = \frac{25 - \mathrm{j}\frac{50}{\sqrt{3}}}{-\mathrm{j}\frac{05}{\sqrt{3}} + 1} = (30{,}77 - \mathrm{j}20{,}0)\,\Omega$$

Johto 2:

$$\theta_2 = \beta\ell_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$Z_\mathrm{in2} = -\mathrm{j}\frac{Z_0}{\tan\theta_2} = -\mathrm{j}50\,\Omega$$



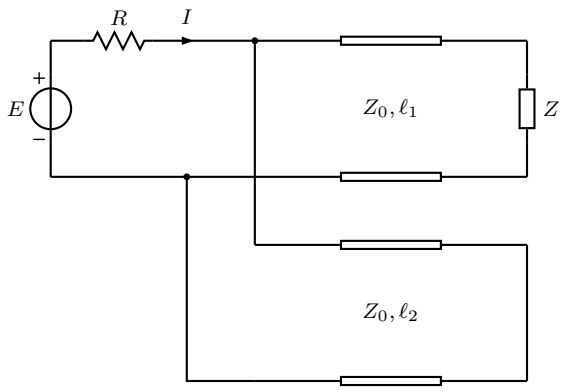
Johtojen alkupäästä näkyvä kokonaisimpedanssi:

$$Z_\mathrm{kok} = \frac{Z_\mathrm{in1}Z_\mathrm{in2}}{Z_\mathrm{in1} + Z_\mathrm{in2}} = (13{,}16 - \mathrm{j}20{,}07)\,\Omega$$

Virran voi laskea Ohmin laista:

$$I = \frac{E}{R + Z_\mathrm{kok}} = 0{,}033\underline{/40{,}91^\circ}\ \mathrm{A}$$

0.3



Laske virta I. Siirtojohdot ovat häviöttömiä.

$$Z = 25\ \Omega \quad Z_0 = 50\ \Omega \quad R = 10\ \Omega$$
$$\ell_1 = \lambda/12 \quad \ell_2 = \lambda/8 \quad E = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}.$$

Häviöttömän siirtojohdon ketjumatriisi:

$$\begin{bmatrix} U_\mathrm{a} \\ I_\mathrm{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta\ell) & \mathrm{j}Z_0 \sin(\beta\ell) \\ \mathrm{j}Y_0 \sin(\beta\ell) & \cos(\beta\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\mathrm{b} \\ I_\mathrm{b} \end{bmatrix}$$

Jakamalla ketjumatriisiyhtälöt keskenään saadaan lauseke johdon alkupäässä näkyvälle impedanssille

$$Z_\mathrm{a} = \frac{U_\mathrm{a}}{I_\mathrm{a}} = \frac{\cos(\beta\ell) \cdot U_\mathrm{b} + \mathrm{j}Z_0 \sin(\beta\ell) \cdot I_\mathrm{b}}{\mathrm{j}Y_0 \sin(\beta\ell) \cdot U_\mathrm{b} + \cos(\beta\ell) \cdot I_\mathrm{b}}$$

Johto 1:

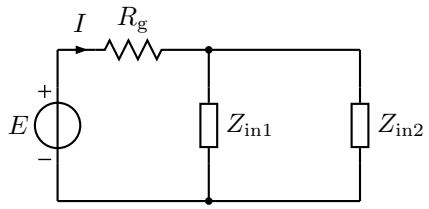
$$\theta_1 = \beta\ell_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$$Z_\mathrm{in1} = \frac{Z_\mathrm{L} + \mathrm{j}Z_0 \tan\theta_1}{\mathrm{j}Z_\mathrm{L}Y_0 \tan\theta_1 + 1} = \frac{25 + \mathrm{j}\frac{50}{\sqrt{3}}}{\mathrm{j}\frac{05}{\sqrt{3}} + 1} = (30{,}77 + \mathrm{j}20{,}0)\,\Omega$$

Johto 2:

$$\theta_2 = \beta\ell_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$Z_\mathrm{in2} = \mathrm{j}Z_0 \tan\theta_2 = \mathrm{j}50\,\Omega$$



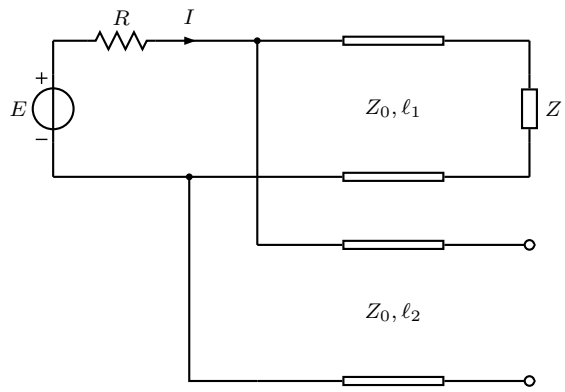
Johtojen alkupäästä näkyvä kokonaisimpedanssi:

$$Z_\mathrm{kok} = \frac{Z_\mathrm{in1} Z_\mathrm{in2}}{Z_\mathrm{in1} + Z_\mathrm{in2}} = (13{,}16 + \mathrm{j}20{,}07)\,\Omega$$

Virran voi laskea Ohmin laista:

$$I = \frac{E}{R + Z_\mathrm{kok}} = (0{,}016 - \mathrm{j}0{,}021)\,\mathrm{A} = 0{,}033\underline{/-40{,}91^\circ}\,\mathrm{A}$$

0.3



Laske virta I. Siirtojohdot ovat häviöttömiä.

$$Z = 25\ \Omega \quad Z_0 = 50\ \Omega \quad R = 10\ \Omega$$
$$\ell_1 = \lambda/12 \quad \ell_2 = \lambda/8 \quad E = 1\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}.$$

Häviöttömän siirtojohdon ketjumatriisi:

$$\begin{bmatrix} U_\mathrm{a} \\ I_\mathrm{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta\ell) & \mathrm{j}Z_0 \sin(\beta\ell) \\ \mathrm{j}Y_0 \sin(\beta\ell) & \cos(\beta\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\mathrm{b} \\ I_\mathrm{b} \end{bmatrix}$$

Jakamalla ketjumatriisiyhtälöt keskenään saadaan lauseke johdon alkupäässä näkyvälle impedanssille

$$Z_\mathrm{a} = \frac{U_\mathrm{a}}{I_\mathrm{a}} = \frac{\cos(\beta\ell) \cdot U_\mathrm{b} + \mathrm{j}Z_0 \sin(\beta\ell) \cdot I_\mathrm{b}}{\mathrm{j}Y_0 \sin(\beta\ell) \cdot U_\mathrm{b} + \cos(\beta\ell) \cdot I_\mathrm{b}}$$

Johto 1:

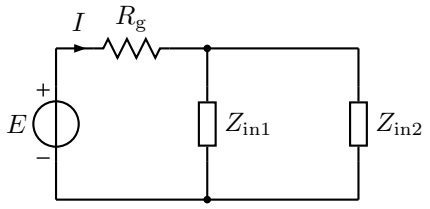
$$\theta_1 = \beta\ell_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$$Z_\mathrm{in1} = \frac{Z_\mathrm{L} + \mathrm{j}Z_0 \tan\theta_1}{\mathrm{j}Z_\mathrm{L}Y_0 \tan\theta_1 + 1} = \frac{25 + \mathrm{j}\frac{50}{\sqrt{3}}}{\mathrm{j}\frac{05}{\sqrt{3}} + 1} = (30{,}77 + \mathrm{j}20{,}0)\,\Omega$$

Johto 2:

$$\theta_2 = \beta\ell_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$Z_\mathrm{in2} = -\mathrm{j}\frac{Z_0}{\tan\theta_2} = -\mathrm{j}50\,\Omega$$



Johtojen alkupäästä näkyvä kokonaisimpedanssi:

$$Z_\mathrm{kok} = \frac{Z_\mathrm{in1}Z_\mathrm{in2}}{Z_\mathrm{in1} + Z_\mathrm{in2}} = (41{,}63 - \mathrm{j}9{,}39)\,\Omega$$

Virran voi laskea Ohmin laista:

$$I = \frac{E}{R + Z_\mathrm{kok}} = 0{,}019\underline{/10{,}30^\circ}\ \mathrm{A}$$