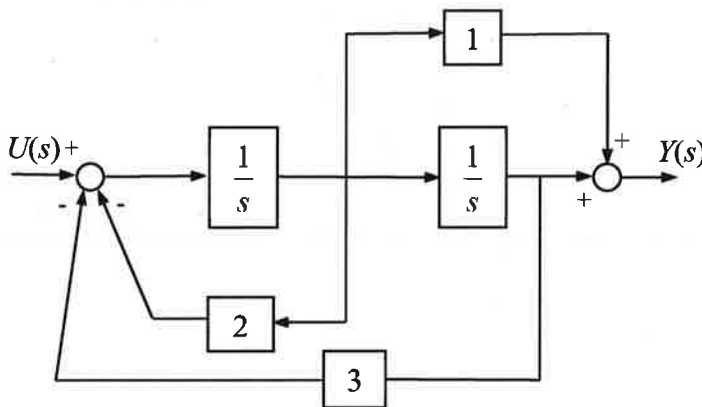


# ELEC-C1230 Sääteotekniikka

Tentti 14. 4. 2022

- Luokassa pidettävä koe. Merkitse kaikkiin vastauspapereihin nimesi ja opintumerosi.
- Kokeessa voi osallistua joko välikokeeseen tai tenttiin. Merkitse selvästi vastauspaperiin, kumpaan kokeeseen osallistut. Vain toiseen kokeeseen voi osallistua.
- Sallitut apuvälineet: Laskin sekä kurssisivuilla oleva kaavakokoelma tai erillinen Laplace-muunnostaulukko. Jokainen tuo tämän mukanaan kokeeseen.
- Laskinta saa käyttää vain apuvälineenä numeerisiin laskuihin. Ratkaisut eivät siis saa perustua yksinomaan laskimen käyttöön.
- Kokeessa on viisi (5) tehtävää ja kaikkiin pitää vastata.
- HUOM. Ratkaisussa on esitettävä riittävästi välivaiheita, jotta voidaan nähdä, miten olet ratkaisuun päätenyt. Pelkkien tulosten antaminen ilman, että esitetään, miten ne on saatu, ei kelpaa hyväksyttäväksi ratkaisuksi.

1. Määritä alla olevan järjestelmän kokonaissiirtofunktio. Mitkä ovat nollat ja navat? Onko systeemi minimivaiheinen? (2 +2+2 p)

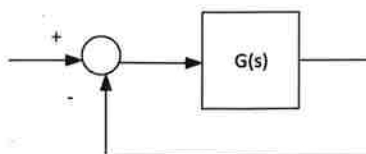


2. Olkoon epästabiili prosessi  $G(s) = \frac{1}{s-1}$ . Käytetään negatiivista takaisinkytkentää ja säätäjää

$K_P \frac{1+T_i s}{T_i s}$ , jossa viritysparametrit  $K_P$  ja  $T_i$  ovat positiivisia vakioita.

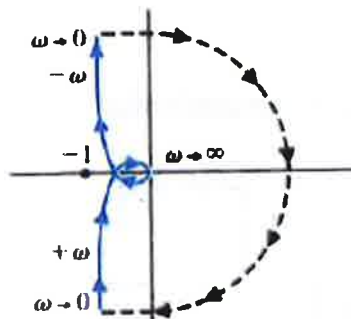
- Minkäniminen säätäjä on kyseessä? Millä parametrien valinnoilla saadaan  $P$ -säätäjä? (2 p)
- Onko prosessi stabiloitavissa ja jos on, millä viritysparametrien arvoilla tämä onnistuu? (2 p)
- Onko prosessi stabiloitavissa pelkällä  $P$ -säätäjällä (edelleen siis negatiivinen takaisinkytkentä)? Jos on, jääkö lähtösuureeseen pysyvä poikkeama, kun referenssin tulee askelheräte? Vertaa b-kohdan tapaukseen. (2 p)

3. Tarkastellaan prosessia  $G(s) = \frac{K}{s(s+1)^2}$  ( $K$  vakio) ja suljettua systeemiä



- Laske, missä negatiivisen reaaliakselin pisteessä avoimen järjestelmän Nyquistin diagrammi leikkaa reaaliakselin. (2 p)
- Käytä Nyquistin stabiilisuuslausetta ja määritä, millä  $K$ :n positiivisilla arvoilla suljettu systeemi on stabiili (2 p)
- Valitse  $K$  siten, että suljettu systeemi on stabiili, hahmottele Nyquistin diagrammi paperille ja merkitse siihen, miten kuvasta on nähtävissä vahvistus- ja vaihevara (2 p)

Ohje: Alla olevassa kuvassa on siirtofunktion  $H(s) = \frac{K}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$  Nyquistin diagrammi. Se on piirretty erällä parametrien  $K$ ,  $\tau_1$  ja  $\tau_2$  arvoilla, jotka eivät näy kuvassa. Huomaa, että näiden parametrien arvoista riippuu, missä käyrä leikkaa negatiivisen reaaliakselin (ei siis välttämättä pisteen  $(-1, 0)$  ja origon välissä kuten kuvassa).



- Tutkitaan vaiheenjohtokompensaattoria, jonka siirtofunktio voidaan esittää muodossa

$$G(s) = K \cdot \frac{\left(\frac{1}{\omega_0} s + 1\right)}{\frac{1}{k\omega_0} s + 1}$$

jossa  $K$ ,  $k$  ja  $\omega_0$  ovat viritysparametreja. Tiedetään, että kun maksimi vaiheenjohto  $\phi_m$  saavutetaan kulmataajuudella  $\omega_m$ , niin pätee

$$\omega_m = \sqrt{k} \cdot \omega_0, \quad \sin \phi_m = \frac{k-1}{k+1}$$

- Vastaa siirtofunktion avulla matemaattisesti perustellen, onko  $k$ :n arvo suurempi vai pienempi kuin 1. (2 p)
- Mitkä ovat kompensaattorin vahvistuksen ja vaiheen arvot pienillä taajuuksilla? Entä suurilla taajuuksilla? (2 p)
- Määritä kompensaattorin vahvistuksen arvo kulmataajuudella  $\omega_m$ . (2 p)

- Selitä mitä tarkoitetaan säätäjän *windup*- ja *antiwindup*-ilmiöillä. Miten sovellat esimerkiksi PID-säätäjän toteutuksessa? (6 p)

Tonki: 14.4.2022 / Ratkaisut

1. Merkitään integraattoreiden välissä olevaa signaalia termillä  $\varepsilon(s)$ .

$$\text{Nyf } Y(s) = \left(\frac{1}{s} + 1\right) \varepsilon(s) = \frac{1}{s} \varepsilon(s) + \varepsilon(s)$$

$$\varepsilon(s) = \frac{1}{s} \left\{ U(s) - 2\varepsilon(s) - 3 \cdot \frac{1}{s} \varepsilon(s) \right\}$$

$$\Rightarrow s^2 \varepsilon(s) = s U(s) - 2s \varepsilon(s) - 3 \varepsilon(s)$$

$$\Rightarrow (s^2 + 2s + 3) \varepsilon(s) = s U(s) \Rightarrow \varepsilon(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 3} U(s)$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{s+1}{s} \cdot \frac{s U(s)}{s^2 + 2s + 3} = \frac{s+1}{s^2 + 2s + 3} U(s)$$

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+1}{s^2 + 2s + 3}$$

$$s^2 + 2s + 3 = 0 \Rightarrow s = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-2^2 - 2^2}}{2} = -1 \pm j\sqrt{2}$$

Naivat:  $-1 \pm j\sqrt{2}$

Nollat:  $s+1=0 \Rightarrow s=-1$

Systemi on minimivaiheinen (nolla vasemmassa puolitassossa)

2.

2.

$$a) K_p \left( \frac{1+T_i s}{T_i s} \right) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right), \text{ "PI-säätöjää"}$$

Kun  $T_i \rightarrow \infty$ , saadaan P-säätöjää, jonka vahvistus on  $K_p$ .

b) Suljetun systeemin siirtofunktion

$$G_{cl}(s) = \frac{K_p \frac{1+T_i s}{T_i s} \cdot \frac{1}{s-1}}{1 + K_p \frac{1+T_i s}{T_i s} \cdot \frac{1}{s-1}} = \frac{K_p (1+T_i s)}{T_i s(s-1) + K_p (1+T_i s)}$$

$$= \frac{K_p (1+T_i s)}{T_i s^2 - T_i s + K_p + K_p T_i s} = \frac{K_p (1+T_i s)}{T_i s^2 + T_i (K_p - 1) s + K_p}$$

Karakteristinen yhtälö:  $T_i s^2 + T_i (K_p - 1) s + K_p = 0$

Routh-Hurwitz-menetelmä:

$$\begin{array}{l} s^2: T_i \quad K_p \quad 0 \\ s^1: T_i (K_p - 1) \quad 0 \quad 0 \\ s^0: K_p \end{array}$$

↑↑

Ei merkinvaihtoja, kun  $K_p > 1$ .  $T_i > 0$  oli oletettu.

[  $K_p = 1$  johtaa marginaalisesti stabiiliin järjestelmään, hyväksyttävään, mutta ei väädiä ]

c) P-säänti, suljettu systeemi

$$G_{ce2}(s) = \frac{K_p \frac{1}{s-1}}{1 + K_p \frac{1}{s-1}} = \frac{K_p}{s-1+K_p}$$

Napa  $s = 1 - K_p$  on vasemmalla puolitavossa, kun

$K_p > 1$ . Sis on stabiloituksessa P-sääntijällä.

Staatillinen vahvistus referensistä ulostuloon

$$G_{ce2}(0) = \frac{K_p}{-1+K_p} \quad \text{Jää pysyvä poikkeama.}$$

B-kohdan P-sääntijällä sen signan

$$G_{ce}(0) = \frac{K_p}{K_p} = 1 \quad \text{eli ei pysyvää poikkeamaa.}$$

Tulokset tässä ovat ennakoitujen kaltaisia.

3.

4.

a) Avoimen järjestelmän siirtofunktion

$$L(s) = G(s) = \frac{K}{s(s+1)^2} \Rightarrow L(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1+j\omega)^2}$$

Negatiivinen reaaliosaksi leikataan, kun  $\angle L(j\omega) = -\pi$ 

$$\angle L(j\omega) = 0 - \frac{\pi}{2} - 2 \arctan(\omega) = -\pi$$

$$\Rightarrow \arctan(\omega) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega_{cr} = 1$$

$$\Rightarrow |L(j\omega_{cr})| = \left| \frac{K}{\omega(1+\omega^2)} \right| = \frac{|K|}{1 \cdot (1+1)} = \frac{|K|}{2}$$

Voidaan olettaa, että  $K > 0$ . Leikkauspiste  $(-\frac{K}{2}, 0)$ .

[ Jos olisi  $K < 0$ , leikkauspiste olisi positiivisella reaaliosalla  $(-\frac{K}{2}, 0)$ . Negatiivinen reaaliosaksi leikattaisiin ainastaan "äärettömyydessä". Ei vaadita. ]

b) Nyquistin stabiilisuuslause:  $Z = N + P$ , jossa

$P$  on avoimen järjestelmän oikeassa puolitilassa olevien napojen lukumäärä.

$N$  on Nyquistin diagrammin myötäkiertojen lukumäärä kriittisen pisteen  $(-1, 0)$  ympäristössä.

$Z$  on suljetun systeemin oikeassa puolitilassa olevien napojen lukumäärä.

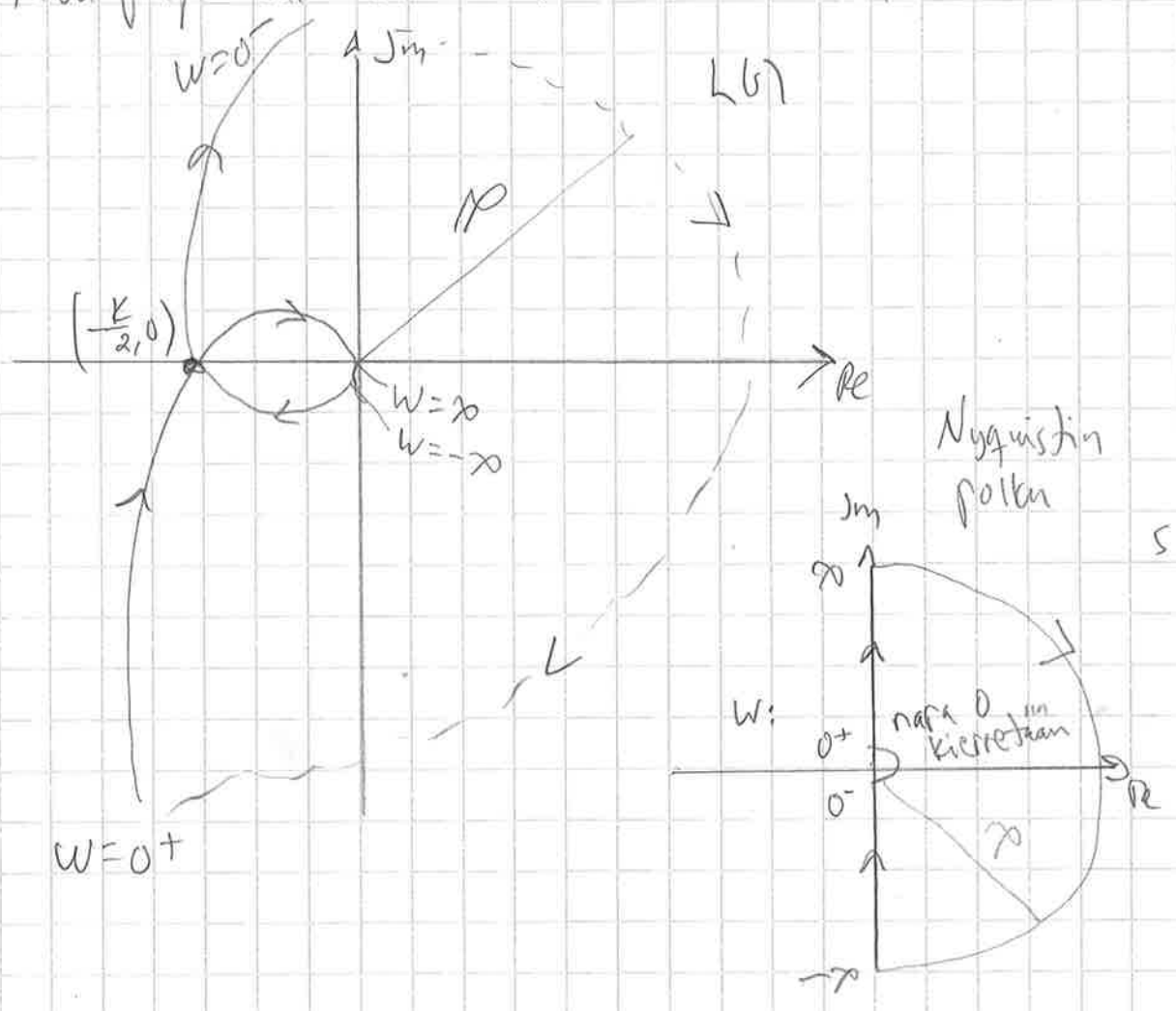
Nyt  $P=0$ , joten  $Z=N$ .  $Z$ n pitää olla 0, joten ei sallita kiertöjä kriittisen pisteen ympärillä.

$\Rightarrow K < 2$ .

Eli kun oletettiin  $K > 0$ , niin  $0 < K < 2$ .

(Jos  $K$  olisi negatiivinen, suljettu systeemi olisi vääjäämättä negatiivinen).

c. Tehtävä paperissa olevan kuvan mukaan



4.

$$G(s) = K \frac{\left(\frac{1}{\omega_0} s + 1\right)}{\frac{1}{k\omega_0} s + 1}$$

$$G(j\omega) = K \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{k\omega_0}}$$

6.

a) Murtoviiva approksimaatioissa kulmataajuuden kulmapisteet ovat

$$\omega_0 \text{ ja } k\omega_0$$

Vaihekäyrä muuttuu alkaen pisteistä  $0.1\omega_0$  ja  $0.1k\omega_0$

Koska kyseessä on vaiheenjohtakompensattori,

pitäää olla  $k > 1$ , jotta johto  $0.1\omega_0$  alkaa vaikuttaa ensin.

Toki nähtäisiin myös yhtälöstä  $\sin \phi_m = \frac{k-1}{k+1}$

Pitäää olla  $k > 1$ , jotta maksimi vaiheenjohto  $\phi_m > 0$ .

b) Pienillä taajuuksilla voidaan katsoa  $s \rightarrow 0$  ja suurilla  $s \rightarrow \infty$

$$s \rightarrow 0 : G(s) = K \text{ eli } |G| = |K|, \angle G = 0$$

$$= K, K > 0$$

$$s \rightarrow \infty : G(s) = K \frac{\frac{1}{\omega_0} + \frac{1}{s}}{\frac{1}{k\omega_0} + \frac{1}{s}} \Rightarrow K \cdot k, \angle G = 0.$$

$$\text{eli } |G| = K \cdot k$$



5. Windup = integraattorin kyllästyminen.

Kun säädetty systeemi menee virhetilaan (esim. toimilaitte hajoaa) ei säätövirhettä saada nollaan, jolloin integraattori jatkaa integroimista suuriiin arvoihin. Virhetilanteen poistuttua integraattorin arvo aiheuttaa vaikeuksia systeemin toiminnalle.

Antiwindup: Toimitaan siten, että säätövirheen integraali ei karkaa. Helppoin ja erittäin toimiva

tapa: kun systeemi on virhetilassa, säätövirhe lopettaa integroimisen. Helppo toteuttaa tietokone-säätöjärjestelmän koodilla.