

PHYS-C0230 Klassinen dynamiikka

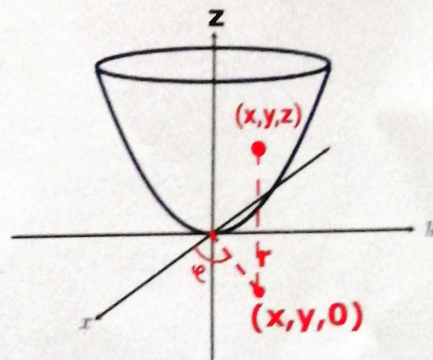
Tentti 2.6.2022

PHYS-C0230 Klassisk dynamik

Tentamen 2.6.2022

Täysiin pisteisiin odotetaan huolellista selitystä/johtoa. Jos jättää kovin paljon välivaiheita pois, voi menettää pisteitä.

Kappale, jonka massa on m liikkuu paraboloidilla $z = \frac{a}{2}(x^2 + y^2)$ ja siihen vaikuttaa painovoimapotentiaali mgz . Käsittele ongelmaa sylinterikoordinaateissa (r, ϕ, z) niin, että radiaalinen koordinaatti r ja kulmakoordinaatti ϕ ovat yleistettyjä koordinaatteja.



1. a) Kirjoita systeemin Lagrangen funktio (2 p.)
b) Anna systeemin kanoniset liikemäärät ja johda systeemin Hamiltonin funktio (3p.)
c) Onko systeemissä syklisiä koordinaatteja ja jos on mitkä ovat niihin liittyviä säilyviä suureita? (1p.)

2. Heiluri jonka pituus on l ja massa m (heilurin varsi on massaton), roikkuu auton katosta. Autoa kiihdytetään (vaakasuoralla radalla) vakiokiihtyvyydellä a alkunopeudesta v_0 . (Painovoima vaikuttaa pystysuoraan painovoima kiihtyvyydellä g .) Käytä heilurin kulmaa θ yleistettynä koordinaattina.
 - a) Löydä heilurin Lagrangen funktio $L(\theta, \dot{\theta}, t)$. (2p.)
 - b) Johda liikeyhtälö käyttäen Lagrangen yhtälöä. (2p.)
 - c) Mikä on heilurin kulma tasapainossa? Pohdi missä määrin voit havaita auton alkunopeutta v_0 ja kiihtyvyyttä tarkkailemalla heilurin käytöstä? (2p.)

3. a) Johda Lagrangen yhtälö käyttäen Hamiltonin periaatetta. Riittää tarkastella tilannetta missä on yksi yleistetty koordinaatti. (4p.)

- b) Osoita, että funktiolle $f(q, p, t)$ (q on yleistetty koordinaatti ja p sitä vastaava kanoninen liikemäärä) pätee yhtälö

$$\frac{df}{dt} = \{f, H\} + \frac{\partial f}{\partial t}, \quad (1)$$

missä $\{f, H\}$ on Poissonin sulut. Voit olettaa Hamiltonin liikeyhtälöt tunnetuksi. (2p.)

Vihje:

$$\{A(q, p), B(q, p)\} = \frac{\partial A}{\partial q} \frac{\partial B}{\partial p} - \frac{\partial A}{\partial p} \frac{\partial B}{\partial q} \quad (2)$$

4. Alkeishiukkasen myonin elinaika on noin $2 \mu\text{s}$. Mikäli se liikkuu lähes valonnopeudella se ehtii tässä ajassa edetä alle kilometrin. Myoneja syntyy kosmisen säteilyn seurauksena maan ilmakehän yläosissa. Miten on mahdollista, että hiukkasilmäisimet maan pinnalla voivat niitä havaita vaikka ilmakehän paksuus on kymmeniä kilometrejä?

Selitä asia sekä maanpinnalla olevan havainnoitsijan näkökulmasta, että myonin kanssa yhdessä matkustavan havaitsijan näkökulmasta. Numeerisia laskuja ei välttämättä tarvita, mutta täysiin pisteisiin odotetaan myös relevanttien ilmiöiden kaavojen esittämistä.

På svenska på andra sidan