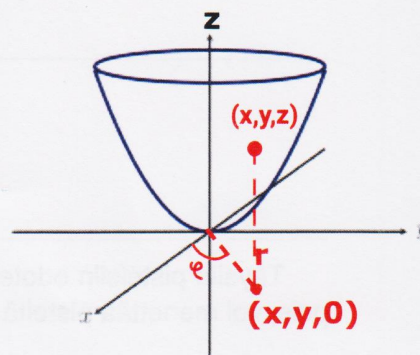


Noggrann förklaring / härledning förväntas för hela poäng. Om du utelämnar många mellansteg kan du förlora poäng.

Ett föremål med massa  $m$  rör sig på en paraboloid  $z = \frac{a}{2}(x^2 + y^2)$  och påverkas av gravitationen  $mgz$ . Lös problemet i cylinderkoordinaterna  $(r, \phi, z)$  så att den radiella koordinaten  $r$  och vinkelkoordinaten  $\phi$  är generaliserade



1. koordinater.

- Skriv Lagrange-funktionen för systemet (2 p.)
- Ge systemets kanoniska momentum och härled den Hamiltonska funktionen för systemet (3p.)
- Finns det cykliska koordinater i systemet och i så fall vilka är de associerade rörelsekonstanter?(1p.)

2. En pendel med längden  $l$  och massan  $m$  (pendelarmen är masslös) hänger från bilens tak. Bilen accelererar (horisontellt spår) vid konstant acceleration  $a$  från initial hastighet  $v_0$ . (Gravitationen verkar vertikalt med gravitationsaccelerationen  $g$ .) Använd pendelvinkeln  $\theta$  som generaliserad koordinat.

- Hitta pendelns Lagrange funktion  $L(\theta, \dot{\theta}, t)$ . (2p.)
- Härled rörelseekvationen med Lagrangekvationen. (2p. )
- Vilken vinkel har pendeln i jämvikt? Fundera på i vilken utsträckning du kan upptäcka starthastigheten  $v_0$  och bilens acceleration genom att observera hur en pendel beter sig?(2p.)

3. a) Härled Lagrangekvationen med hjälp av Hamiltons princip. Det räcker med att titta på en situation där det finns en generaliserad koordinat. (4p.)

b) Visa för en funktion  $f(q, p, t)$  ( $q$  är generaliserad koordinat och  $p$  motsvarande kanoniska momentum) att

$$\frac{df}{dt} = \{f, H\} + \frac{\partial f}{\partial t}, \quad (3)$$

var  $\{f, H\}$  är Poisson parenteser. Du kan anta att Hamiltons rörelseekvationer är kända. (2p.)

4. Livslängden för en elementarpartikel myon är cirka  $2 \mu s$ . Om den rör sig med nästan ljusets hastighet kommer den att hinna färdas mindre än en kilometer under denna tid. Myoner bildas som ett resultat av kosmisk strålning i de övre delarna av jordens atmosfär. Hur är det möjligt att partikeldetektorer på jordens yta kan upptäcka dem även om atmosfärens tjocklek är tiotals kilometer?

Förklara detta både ur en observatörs perspektiv på marken och ur perspektivet av en observatör som reser med myon. Numeriska beräkningar är inte nödvändig, men för hela poäng formler för relevanta fenomen förväntas också.