

Kirjoita jokaiseen paperiin oma nimi, oppilasnumero, tutkinto-ohjelma, kurssikoodi ja kurssin nimi, päivämäärä, sali, palauttamiesi paperien lukumäärä sekä *allekirjoituksesi*. Numeroi palauttamasi paperit juoksevilla numeroinnilla. Tentissä ei saa käyttää mitään ylimääräisiä apuvälineitä.

1) Kymmenen kysymystä (10 x 1 p + 1 p)

Tämä tehtävä on *tentin pakollinen osa*, josta on saatava vähintään 5p/10p, jotta loput tentistä tarkistetaan. Tämä tehtävä ei kuitenkaan yksistään riitä tentin läpäisyyn. Toisaalta viiteen pisteeseen ei edellytetä "täysin oikeaa vastausta" vaan oleellista on, että pystyt osoittamaan *ymmärtäneesi* tehtävän *koodin toiminnan*. Käytä siis aikaa perustelujen miettimiseen ja esittämiseen. Viittaa perusteluissa ohjelmakoodin rivinumeroihin, jos mahdollista.

Alla on annettu kaksi algoritmia (pow1 ja pow2), jotka molemmat laskevat potenssifunktion ( $x^n$ ) kokonaisluvuille  $x$  ja  $n$ . Lue ensin kaikki kysymyskohdat vastaamatta niihin ja sen jälkeen tutustu annettuihin koodinpätkiin erittäin huolella. Vastaa tämän jälkeen kaikkiin kysymyksiin ja käytä aikaa perustelujen pohtimiseen ja muotoilemiseen. Huomaa, että kaikissa kysymyksissä viitataan alla oleviin algoritmeihin ja, että vastaukset tulee perustella hyvin, tai siis *pisteet tulevat vain perusteluista!*

```
1 Algorithm pow1(x, n)
2   if (n = 0)
3     return 1; else
4   if (n = 1)
5     return x; else
6   if ("n on pariton")
7     return pow1(x*x, n/2)*x; else
8   if ("n on parillinen")
9     return pow1(x*x, n/2);
10
```

```
11 Algorithm pow2(x, n)
12   p = 1;
13   i = 1;
14   while (i <= n)
15     p = p * x;
16     i = i + 1;
17   return p;
18
19
20
```

- Selitä algoritmin pow1 toiminta sanallisesti (ilman esimerkkiä). Huom! Pyri selittämään *miten* algoritmi toimii yleisesti. Älä selitä koodia rivi-riviltä.
- Selitä algoritmin pow2 toiminta sanallisesti (ilman esimerkkiä). Miten se eroaa edellisestä?
- Millä ohjelmariveillä ja kuinka monta kertolaskua pow1 suorittaa? Anna esimerkki, kun suoritetaan pow1(2, 9).
- Millä ohjelmariveillä ja kuinka monta kertolaskua pow2 suorittaa? Anna esimerkki, kun suoritetaan pow2(2, 9).
- Analysoi algoritmin 1 suoritus aika sen saaman syötteen koon  $n$  funktiona.
- Analysoi algoritmin 2 suoritus aika sen saaman syötteen koon  $n$  funktiona.
- Perustelee pitääkö väite paikkansa vai ei: pow1 on tehokkaampi kuin pow2.
- Perustelee pitääkö väite paikkansa vai ei: pow1 laskee saman funktion kuin pow2.
- Mikä olisi algoritmin 1 kertolaskujen suoritusjärjestys, jos riviä 7 muutettaisiin muotoon "return x \* pow1(x\*x, n/2); else"? Anna esimerkki.
- Algoritmi 2 käyttää while-silmukkaa. Voitaisiinko se korvata jollakin toisella silmukalla? Perustelee joko miksi ei tai anna esimerkki miten (kirjoita algoritmi uusiksi).

Bonustehtävä:

- Pohdi ja vertaile algoritmien 1 ja 2 muistinkäyttöä.

## 2) Algoritmianalyysi (2 p + 4 p)

- a) Määrittele **formaalisti** käsitteet  $O(N)$  ja  $\Omega(N)$ .
- b) Ratkaise seuraava rekursioyhtälö, kun  $N$  on kahden potenssi ja  $T(1) = 0$ .

$$T(N) = T(N / 2) + \log N$$

Esitä lopputulos *O-notaatio*ssa ja riittävästi välivaiheita, jotta tuloksen johtaminen käy selvästi ilmi.

## 3) Järjestäminen (4 p + 4 p)

a) Esitä neljä keskeistä kriteeriä, joiden avulla voit verrata eri järjestämisalgoritmeja keskenään. Perustele lyhyesti, miksi ne ovat tärkeitä. Esitä vastauksesi siten, että kukin kriteeri perusteluineen on tekstissä eri kappaleena lukemisen helpottamiseksi.

b) Arvioi kunkin a-kohdan kriteerin valossa seuraavia algoritmeja: lisäysjärjestäminen (*insertion sort*), pikajärjestäminen (*quicksort*) ja lomituserjestäminen (*mergesort*). Esitä vastauksesi siten, että vertailutulos kunkin kriteerin suhteen on helposti luettavissa.

## 4) Hakurakenteet (4 p + 4 p)

Vertaile avoimeen osoitukseen perustuvia hajautusrakenteita ja tasapainotettuja hakupuita keskenään hakurakenteina.

- a) Esitä ja perustele ensin mielestäsi neljä keskeisintä vertailukriteeriä tässä asiassa.
- b) Esitä vertailun tulokset kunkin kriteerin suhteen.

Kirjoita vastauksesi siten, että kukin kriteeri perusteluineen on omana kappaleenaan ja vastaavasti vertailutulokset omina kappaleinaan.