

Tentissä ei saa olla lisämateriaalia. Laskimen käyttö on sallittu.

1. (6p.) Tarkastellaan palvelinjärjestelmää, jonne saapuu uusia töitä Poisson prosessin mukaisesti intensiteetillä  $\lambda = 10$  työtä sekunnissa. Vastaa lyhyesti perustellen seuraaviin kysymyksiin.
  - (a) Oletetaan, että havainnot töiden saapumisprosessia ja olet juuri havainnut uuden työn saapumisen. Kuinka kauan keskimäärin kestää seuraavan työn saapumiseen? (2p.)
  - (b) Järjestelmässä on useita rinnakkaisia palvelimia. Hetkellä  $t = 5$  sekuntia järjestelmässä on kaksi työtä, jotka ovat molemmat rinnakkain palveltavina, toinen palvelimella 1 ja toinen palvelimella 2. Työ 1:n palveluaika  $X_1$  on eksponentiaalijakautunut niin että  $E[X_1] = 2$  (sekuntia) ja työ 2:n palveluaika on myös eksponentiaalijakautunut niin että  $E[X_2] = 4$  (sekuntia). Oletetaan, että työtä 1 on jo ehditty palvella 1 sekunti ja työtä 2 on palveltu 2 sekuntia. Kuinka kauan kestää keskimäärin hetken  $t = 5$  jälkeen, että molemmat työt ovat poistuneet systeemistä, kun oletetaan, että töiden palvelu ei voi keskeytyä (esim. FIFO jonokuri)? (2p.)
  - (c) Oletetaan, että järjestelmästä on mitattu, että sieltä poistuu asiakkaita intensiteetillä 9 asiakasta per sekunti ja että töiden keskimääräinen viive (saapumisesta poistumiseen) järjestelmässä on 3 sekuntia. Kuinka monta työtä järjestelmässä on keskimäärin? (2p.)
2. (6p.) Reitittimen puskuriin saapuu datapaketteja Poisson prosessin mukaisesti intensiteetillä  $\lambda = 10$  pakettia millisekunnissa (1/ms). Puskurissa olevia paketteja palvelee kaksi linkkiä (esim. paremman vikasietoisuuden takia). Paketit siirtyvät saapumisjärjestyksessä puskurista vapaalle linkille lähetettäväksi. Kummankin linkin kapasiteetti on 100 Mbit/s. Jos molemmilla linkeillä on paketti lähetyksessä, puskurissa on tilaa 2 odottavalle paketille. Pakettien koko on eksponentiaalisesti jakautunut keskiarvolta 10 000 bittiä.
  - (a) Pakettien lukumäärä systeemissä  $X(t)$  on Markovin prosessi. Piirrä prosessin tilasiirtymäkaavio. Mikä jonomalli on kyseessä Kendallin notaatiolla? (1p.)
  - (b) Ratkaise systeemin tasapainojakauma. (3p.)
  - (c) Mikä on pakettien keskiviive (eli niiden pakettien jotka lähetetään)? (2p.)
3. (6p.) Entropia. Pimeän suihkulähteen pohjassa on kaksi kolikkoa. Kolikko B on tavallinen kolikko mutta kolikolla A on kruuna kummallakin puolella. Poimitaan satunnaisesti kolikko suihkulähteestä ja heitetään sitä kahdesti. Olkoon  $X$  satunnaismuuttuja, joka kertoo valitun kolikon (A tai B). Olkoot  $Y_1$  ensimmäisen heiton tulos (Kr tai Kl),  $Y_2$  toisen heiton tulos sekä  $Z$  kruunien lukumäärä (0, 1 tai 2) näissä heitoissa.
  - (a) (2p.) Laske  $H(X, Y_1)$ .
  - (b) (2p.) Laske  $H(Z|X)$ .
  - (c) (2p.) Laske  $I(Y_1; Y_2)$ .

JATKUU SEURAAVALLA SIVULLA

4. (6p.) Kanavan kapasiteetti. Kohdissa (a) ja (c)–(e) on täsmälleen yksi oikea vaihtoehto; kirjoita tämä vastauspaperiin. Poikkeuksellisesti tämän tehtävän vastauksissa ei vaadita perusteluja.

(a) (1p.) Kanavan kapasiteetin määrittelyssä keskeisessä asemassa on

- i. entropiat  $H(X)$  ja  $H(Y)$
- ii. ehdollinen entropia  $H(X|Y)$
- iii. yhteisentropia  $H(X, Y)$
- iv. keskinäisinformaatio  $I(X; Y)$

(b) (2p.) Mikä on kaistarajoitetun Gaussin kanavan kapasiteetti  $W$ :n (kaistanleveyden),  $P$ :n (tehon) ja  $N_0W$ :n (kohinan tehon) funktiona?

(c) (1p.) Tarkastellaan siirtoa kapean taajuuskaistan yli ja oletetaan, että signaalikohinasuhde—siis  $P/(N_0W)$ —on erittäin suuri. Mitä tapahtuu kapasiteetille jos kaksinkertaistaan lähetysteho? ( $C$  = alkuperäinen kapasiteetti,  $C'$  = uusi kapasiteetti)

- i.  $C' \approx 4C$
- ii.  $C' \approx 2C$
- iii.  $C' \approx \sqrt{2}C$
- iv.  $C' \approx C$

(d) (1p.) Tarkastellaan samaa tilannetta kuin edellisessä kohdassa. Mitä tapahtuu kapasiteetille jos kaksinkertaistaan kaistanleveys? ( $C$  = alkuperäinen kapasiteetti,  $C'$  = uusi kapasiteetti)

- i.  $C' \approx 4C$
- ii.  $C' \approx 2C$
- iii.  $C' \approx \sqrt{2}C$
- iv.  $C' \approx C$

(e) (1p.) Käytössä on kaksi kaistaa langatonta tiedonsiirtoa varten: kaista A (900.9MHz–901.0MHz) ja kaista B (902.3MHz–902.4MHz). Osoittautuu, että kaistalla B on enemmän kohinaa kuin kaistalla A. Lähetystehoa on käytössä tasan 1W. Kun haluaa optimoida tiedonsiirron nopeutta, miten kannattaa hyödyntää näitä kaistoja?

**Vihje:** water-filling.

- i. Riippuen kohinatasoista käytä vain kaistaa A tai molempia kaistoja.
- ii. Käytä aina molempia kaistoja mutta käytä enemmän tehoa kaistalla A.
- iii. Käytä aina molempia kaistoja mutta käytä enemmän tehoa kaistalla B.
- iv. Käytä vain kaistaa A.