

---

**PHYS-C0240 Materiaalifysiikka, tentti 8.12.2022**  
**Taulukot tai muut muistiinpanot eivät ole sallittuja.**  
**Ylioppilaskokeessa hyväksyty laskin on sallittu.**  
**Perustele vastauksesi ellei tehtävässä anneta muuta ohjetta.**

---

1. Metallien lämpökapasiteetti on matalissa lämpötiloissa muotoa  $C = \gamma T + \alpha T^3$ . Anna selitys lausekkeen molemmille termeille ja johda sekä  $T$ - että  $T^3$ -riippuvuus. (6 p.)
2. Tarkastellaan yksiulotteista tiukan sidoksen mallia, jossa kunkin orbitaalin energia on  $\epsilon_{at}$  ja vierakkäisten orbitaalien hyppytermi  $-t < 0$ . Identtisten atomien välinen etäisyys on  $a$  atomeja on yhteensä  $N$  kappaletta.

(a) Johda tiukan sidoksen mallin mukainen Schrödingerin yhtälö

$$\sum_m H_{nm} \phi_m = E \phi_n$$

systemille. (3 p.)

(b) Osoita, että elektronien energian riippuvuus kidehiikemäärästä on

$$E(k) = \epsilon_0 - 2t \cos(ka)$$

missä  $\epsilon_0$  on vakio. (2 p.)

(c) Tarkastellaan tilannetta, jossa kullakin atomilla on yksi valenssielektroni. Miksi tiukan sidoksen mallin mukaan tällainen aine on sähkönjohde? (3 p.)

3. Röntgendiffraktiossa hilatasojen väliset etäisyydet saadaan Braggin lain mukaisesti

$$d_{(hkl)} = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

missä  $(hkl)$  on vastaavan hilatasojen perheen Millerin indeksi. Sironnassa kuutiollisesta kopista pätevät seuraavat valintasäännöt:

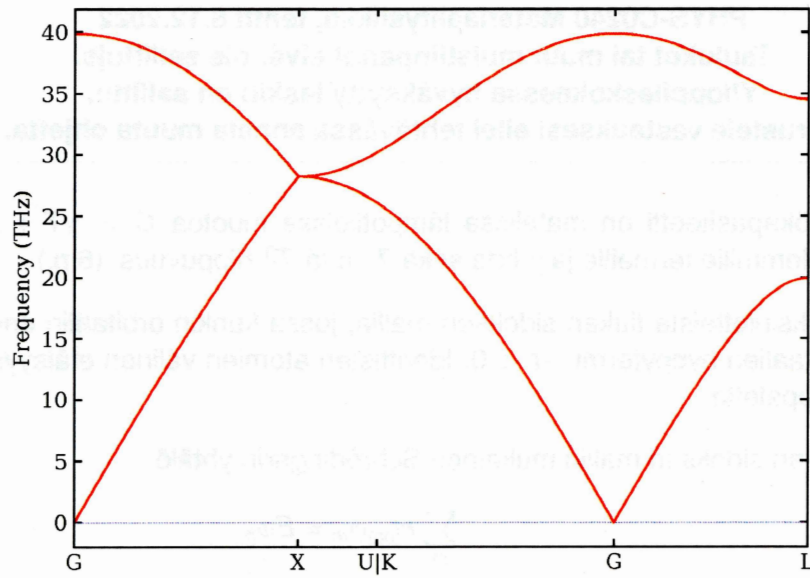
- Kuutiollinen (sc): kaikki indeksiyhdistelmät tuottavat diffraktiopiikin
- Tilakeskinen kuutiollinen (bcc): lausekkeen  $h + k + l$  tulee olla parillinen, jotta diffraktiopiikki näkyisi

Kuinka monta diffraktiopiikkiä on vähintään mitattava, jotta sc ja bcc hilojen rakenteet voi erottaa toisistaan? (6 p.)

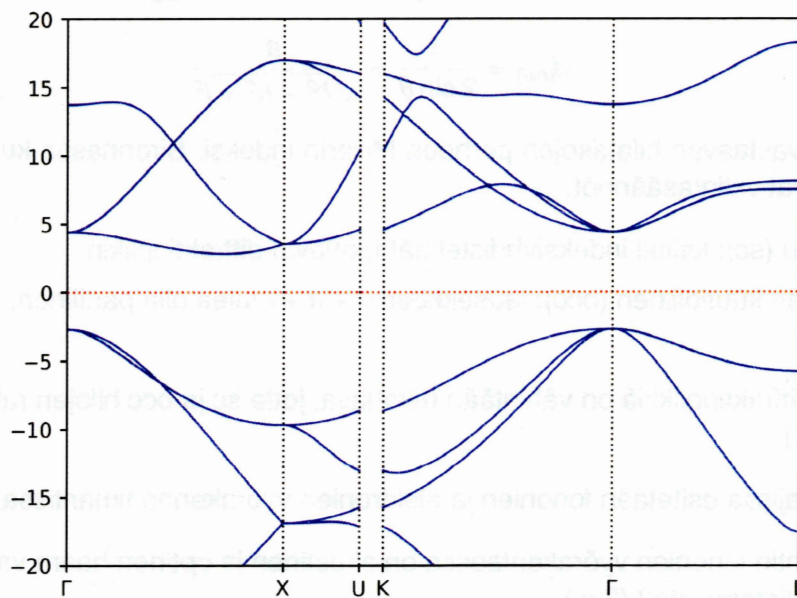
4. Oheisissa kuvaajissa esitetään fononien ja elektronien vyörakenne timantissa.

(a) Miksi timantin fononien vyörakenteessa on akustinen ja optinen haara vaikka timantti koostuu vain hiiliatomeista? (2 p.)

(b) Mitä voit päätellä timantin ominaisuuksista elektronien vyörakenteen perusteella? (6 p.)



Kuva 1: Timantin fononien vyö rakenne. Pysty akselilla on fononin taajuus, G on Gammapiste.



Kuva 2: Timantin elektronien vyö rakenne. Pysty akselilla on tilan energia, yksikkönä elektronivoltti ja Fermi-energia on asetettu nolllaksi.