



Mat-1.411 Matematiikan peruskurssi C1
Hakula/Helin
3. välikoe, 14.12. 2004

3

Kokeessa saa käyttää laskinta.

Tehtävä 1: Olkoon annettuna kolme vektoria $a_i \in \mathbb{R}^3$, $i = 1, 2, 3$:

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Näytä, että vektorijoukko $\{a_1, a_2, a_3\}$ on kanta.
b) Etsi vektorin $t \in \mathbb{R}^3$,

$$t = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \\ 2004 \end{pmatrix}$$

koordinaatit kannassa $\{a_1, a_2, a_3\}$.

Tehtävä 2: Osoita siirtomatriisin avulla, että projektiivisessä tasossa:

- a) Siirrot ovat vaihdannaisia.
b) Siirto ei ole lineaarikuvaus.

Tehtävä 3: Olkoon annettuna taso

$$x + y + z = 1.$$

Esitä menettely, jolla mielivaltainen avaruuden piste voidaan luokitella joko tason pisteeksi, tason yläpuoliseksi tai tason alapuoliseksi. Luokittele piste, jonka paikkavektori on

$$\mathbf{r} = 14\mathbf{i} + 12\mathbf{j} + 2004\mathbf{k}$$

Tehtävä 4: Erään yhdensuuntaisprojektion kuvataso on yz -taso ja projektiosäteen suuntavektori

$$\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{10}} (2\sqrt{2}\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}).$$

Onko kyseessä ortogonaalinen yhdensuuntaisprojektiio? Muodosta projektiomatriisi $P : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Piirrä avaruuden akseleiden kuvat valitsemassasi kuvataason koordinaatistossa.

$$\begin{aligned} r + a &= Ar \\ a &= Ar - r \\ a &= A(r - A^{-1}r) \end{aligned}$$