Mat-1.412, Matematiikan peruskurssi C2

Eloranta/Huhtanen

Maanantai 15.11. 2004.

Kirjoita paperiin: nimi, osasto, vuosikurssi, opiskelijanumero, päivämäärä ja suoritettava kurssi.

Laskinten käyttö kielletty! Perustele vastauksesi AINA huolella!

---

1) **(6p.)** Ratkaise alkuarvotehtävä (esimerkiksi määräämättömien kertoimien menetelmällä) $y'' - 4y' = e^{-2x} - 2x$, $y(0) = 0$ ja $y'(0) = 0$.

2) **(6p.)** Etsi funktion $f(x) = x \ln x$ Taylorin sarja kehityskeskuksena piste $x = 1$. Missä sarjaesitys pätee (eli sarjan arvot yhtyvät f:n arvoihin)?

3) **(6p.)**
   a. Tarkastellaan alkuarvotehtävää $y' = -xy$, $y(1) = 2$. Ota tehtävälle kaksi Picardin iteraatioaskelta.

   b. Laske Lagrangen kertojien avulla se ensimmäisen oktantin piste, joka on pinnalla $x^3y^2z = 6\sqrt{3}$, ja lähinnä origoa.

4) **(6p.)** Laske

$$\int\int_S (x^2 + y^2)dxdy,$$

jossa S suorien $y = \pm x$ ja $y = \pm(2 - x)$ rajoittama "salmiakki". Piirrä alue. (Vihje: vaihda sopivampiin koordinaatteihin ja käytä Jacobia.)

5) **(6p.)** Umpinaisen origokeskisen puolipallon H, jonka säde on a, tiheys ρ riippuu etäisyydestä origoon kaavan $k(2a - \rho)$ mukaisesti, $k > 0$. Laske H:n massa.