

## Mat-1.421 Matematiikan peruskurssi S1

### 3. välikoe 14.12.2004

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. (a) Määritä funktion  $f(x) = \sin(1 - x^2)$  kolmannen asteen Taylorin polynomi  $P_3(x)$  kohdassa  $x = 1$ .

(b) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{1 - \cos(x)}.$$

2. (a) Laske osittaisintegroimalla

$$\int_1^e x (\ln(x))^2 dx.$$

(b) Laske integraali

$$\int \frac{3x + 1}{x^2 + 5x + 4} dx.$$

3. (a) Laske likimääräisesti integraali

$$\int_1^2 \ln(1 + x) dx$$

käyttämällä puolisuunnikkasääntöä (eli trapetsikaavaa) ja neljää yhtäpitkää osaväliä.

(b) Olkoon annettu parametrisoitu käyrä  $x = \cos(t) + t \sin(t)$ ,  $y = \sin(t) - t \cos(t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ . Määritä käyrän pituus.

4. (a) Olkoon käyrän yhtälö napakoordinaateissa  $r = 2 \sin(2\theta)$ . Mikä on sen esitys  $xy$ -koordinaateissa? Laske tämän käyrän ja suorien  $\theta = \frac{\pi}{6}$  ja  $\theta = \frac{\pi}{3}$  rajaaman alueen pinta-ala.

(b) Mikä on sen suoran yhtälö, joka kulkee pisteen  $P = (1, 2, 3)$  kautta ja on kohtisuorassa tasoa  $3x - y + 4z = 1$  vastaan. Laske pisteen  $P_1 = (0, 0, 2)$  etäisyys tästä suorasta.