

Tentti 15.11.2004

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!

- Määritä raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^3)}{(1 - \cos x)^k}$  eri  $k$ :n arvoilla,  $k \in \mathbb{N}$ .
- Ratkaise alkuarvotettava  $y'' + 5y' = 0$ ,  $y(0) = 7$ ,  $y'(0) = -1$ . Mikä ehto alkuarvojen  $y(0)$  ja  $y'(0)$  on toteutettava, jotta ratkaisu  $y(x)$  toteuttaisi  $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$ ?
- Määritä pinnan  $z = x^3 - xy + y^2$  kaltevuuskulma ja tangenttitason yhtälö pisteessä  $(1, -1, 3)$ .  
Lisätieto: Kaltevuuskulmalla tarkoitetaan pinnan ylänormaalin ja vektorin  $\mathbf{k}$  välistä kulmaa.
- Määritä funktion  $f(x, y) = 2x^3 + 3x^2 + 2y^3$  suurin ja pienin arvo ehdolla  $x^2 + y^2 = 1$ .
- a) Urheiluhallin katon muotoa kuvaa yhtälö

$$z = \frac{1}{32000}(1600 - x^2)(400 - y^2),$$

missä  $-40 \leq x \leq 40$  ja  $-20 \leq y \leq 20$  (yksikkönä metri). Määritä hallin tilavuus, kun sen pohja vastaa  $xy$ -tasoon.

b) Uuden telttamallin muotoa kuvaa sylinterikoordinaattien avulla määritelty pinta  $r = 1 - z^2$ ,  $0 \leq z \leq 1$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  (muuttujien  $z$  ja  $r$  yksikkönä metri). Määritä teltan tilavuus, kun sen pohja vastaa tasoon  $z = 0$ .

