

Muista merkitä **vektorit** joko viivalla symbolin päällä (\vec{E}) tai lihavoinnilla (\mathbf{E}), jotta ne erottuvat skalaareista (E)!

Sallittu oheismateriaali: taskulaskin (myös ohjelmoitavat ja graafiset laskimet käyvät) ja oma, ohjeiden mukainen kaavakokoelma.

Palauta vähintään yksi nimelläsi varustettu konsepti. Muista palauttaa myös monivalintatehtäväpaperi. Palauta kaikki saamasi yliopiston konseptiarkit – myös tyhjät ja suttupaperit. Tämän tehtäväpaperin, kaavakokoelman ja oman kaavakokoelmasi voit pitää.

1. Monivalintatehtävä erillisellä paperilla.
2. Olkoon positiivinen pistevaraus Q tyhjässä avaruudessa (vasemmanpuoleinen kuva). Sen aiheuttama sähkökenttä \mathbf{E}_1 metrin etäisyydellä on 1 V/m .
 - (a) Kuinka suuri on varaus Q ? Muista yksiköt.

Tuodaan varauksen alapuolelle metrin etäisyydelle maadoitettu johdetaso (oikeanpuoleinen kuva). Kenttäkuvio ilmeisesti muuttuu.



- (b) Laske tämän tilanteen kentänvoimakkuus E_2 samassa kohdassa varauksen alapuolella metrin päässä. Mihin suuntaan sähkökenttä osoittaa? Vertaa aikaisempaan tyhjän avaruuden tulokseen.
3. Tarkastellaan seuraavaa ajasta ja paikasta riippuvaa sähkömagneettista kenttää tyhjiössä (ϵ_0, μ_0):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_{0y} \mathbf{u}_y \cos(ax - \omega t)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = H_{0z} \mathbf{u}_z \cos(ax - \omega t)$$

(Tässä ω on kulmataajuus, jolla kenttä värähtelee, E_{0x} ja H_{0z} ovat vakioita (yksikkönä V/m ja A/m) ja a myös vakio, sen yksikkö on $1/\text{m}$.)

Lähteitä ei tarkasteltavassa tilassa ole, eli siellä $\rho = 0$ ja $\mathbf{J} = 0$.

- (a) Toteuttavatko nämä kentät Maxwellin divergenssiyhtälöt lähteettömässä tilassa (siis yhtälöt $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ ja $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$)? Jos toteuttavat, vaaditaanko lisäehtoja vakioille $E_{0x}, H_{0z}, \omega, a$?
- (b) Toteuttavatko nämä kentät Maxwellin roottoriyhtälöt lähteettömässä tilassa (siis yhtälöt $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ ja $\nabla \times \mathbf{H} = +\partial \mathbf{D} / \partial t$)? Jos toteuttavat, vaaditaanko lisäehtoja vakioille $E_{0x}, H_{0z}, \omega, a$?

Muista merkitä **vektorit** joko viivalla symbolin päällä (\vec{E}) tai lihavoinnilla (**E**), jotta ne erottuvat skalaareista (E)!

Sallittu oheismateriaali: taskulaskin (myös ohjelmoitavat ja graafiset laskimet käyvät) ja oma, ohjeiden mukainen kaavakokoelma.

Palauta vähintään yksi nimelläsi varustettu konsepti. Muista palauttaa myös monivalintatehtäväpaperi. Palauta kaikki saamasi yliopiston konseptiarkit – myös tyhjät ja suttupaperit. Tämän tehtäväpaperin, kaavakokoelman ja oman kaavakokoelmasi voit pitää.

1. Monivalintatehtävä erillisellä paperilla.
2. Tarkastellaan sähkömagneettista kenttää, jonka kompleksinen sähkökenttäfunktio on

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = (\mathbf{u}_y + j\mathbf{u}_z) E_0 e^{+jkx}$$

Tässä x, y, z ovat karteesiset koordinaatit ja E_0 reaalinen sähkökenttäamplitudi. Kenttä on lähteettömässä vapaassa tilassa ($\epsilon = \epsilon_0, \mu = \mu_0$).

- (a) Esitä sähkökenttäfunktio reaalisen ajan funktiona $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$.
 - (b) Kerro minkälainen aalto on kyseessä. Vastaa perustellen, mikä sen polarisaatio on?
3. Radioaaltojen etenemistä tutkittaessa on hyödyllinen Friisin kaava:

$$\frac{P_v}{P_l} = G_l G_v \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2$$

missä "l" viittaa lähettimeen, "v" vastaanottimeen, P on teho, G vahvistus ja r on radioyhteyden pituus tällä taajuudella, jonka aallonpituus on λ .

- (a) Johda tämä Friisin kaava. (Vihje: Antennin sieppauspinta on $A_e = \frac{\lambda^2 G}{4\pi}$.)
- (b) Kuinka monta desibeliä pienempi on vastaanotettu teho suhteessa lähetystehoon, kun yhden gigahertsin taajuudella toimivan 20 kilometrin pituisen radiolinkkiyhdeyden lähetin- ja vastaanottoantennien vahvistukset ovat samat, molemmat 20 dB?