Institutionen för matematik
Aalto-universitetet. Högskolan för teknikvetenskaper Pitkäranta

Mat-1.1010 Grundkurs L1

Tentamen 17.02.2014

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 4h.

1. Visa utgående direkt frå definionen av talföljdens konvergens: Om $a_n \to 0$ och $\{b_n\}$ är begränsad, så $a_n b_n \to 0$.

2. Punkten $P = (1, 1, 1)$ och linjen $S: \ x - 1 = 2 - y = z - 3$ finns bägge i planet T i rummet. Bestäm T:s ekvation på grundformen $ax + by + cz + d = 0$.

3. Funktionen f är kontinuerlig i $\mathbb{R}$ och
$$xf(x) = \frac{x - 1 + \sqrt{x^2+1}}{x + 1 + \sqrt{x^2+1}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$
Visa, att $f(x) = 1/(1 + \sqrt{x^2+1})$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

4. Linjen $L: \ \sqrt{2}\,x + y = a$ skär cykloiden $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $t \in \mathbb{R}$ ortogonalt i punkten P. Bestäm P:s y-koordinat.

5. Undersök med hjälp av Taylorpolynom huruvida punkten $x = 0$ är en lokal minimis- eller maximispunkt hos funktionen $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sqrt{1 + 2x^2}$.

Matematiikan laitos
Aalto-yliopisto. Perustieteiden korkeakoulu

Pitkäranta

Mat-1.1010 Peruskurssi L1

Tentti 17.02.2014

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 4h.

1. Todista suoraan lukujonon suppenemisen määritelmästä: Jos $a_n \to 0$ ja $\{b_n\}$ on rajoitettu, niin $a_n b_n \to 0$.

2. Piste $P = (1,1,1)$ ja suora $S: \; x - 1 = 2 - y = z - 3$ ovat molemmat avaruustasolla T. Määritä T:n yhtälö perusmuodossa $ax + by + cz + d = 0$.

3. Funktio f on $\mathbb{R}$:ssä jatkuva ja
$$xf(x) = \frac{x - 1 + \sqrt{x^2+1}}{x + 1 + \sqrt{x^2+1}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$
Näytä, että $f(x) = 1/(1 + \sqrt{x^2+1})$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

4. Suora $L: \; \sqrt{2}\,x + y = a$ leikkaa kohtisuorasti sykloidin $x = t - \sin t,\; y = 1 - \cos t,\; t \in \mathbb{R}$ pisteessä P. Laske P:n y-koordinaatti.

5. Tutki Taylorin polynomien avulla, onko piste $x = 0$ funktion $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sqrt{1 + 2x^2}$ paikallinen minimi- tai maksimikohta.