Aalto-universitetet
Institutionen för matematik och systemanalys

Dahl / Perämäki / Husgafvel

# Mat-1.1220 Grundkurs i matematik S2

Mellanförhör 3 (13.5.2013)

**I detta mellanförhör får varken räknare eller tabellsamlingar användas.**

1. Vi betraktar vektorfältet

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (z^2 + 2xy)\mathbf{i} + (x^2 + 2yz)\mathbf{j} + (y^2 + 2xz)\mathbf{k}.$$

Är det källfritt? Virvelfritt? Konservativt? Motivera. Bestäm också skalär- och vektorpotentialer till $\mathbf{F}$, om de existerar.

2. Beräkna det plana vektorfältets $\mathbf{F}(x,y) = x^2y\mathbf{i} + xe^{xy}\mathbf{j}$ linjeintegral

$$\int_c \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

där kurvan $c$

(a) är linjesegmentet från origo $(0,0)$ till punkten $(1,1)$,

(b) består av både linjesegmentet från origo $(0,0)$ till punkten $(1,0)$ och linjesegmentet från punkten $(1,0)$ till punkten $(1,1)$.

Är vektorfältet $\mathbf{F}$ konservativt? Motivera.

3. Beräkna med hjälp av Gauss' teorem vektorfältets $\mathbf{F}(x,y,z) = xy^2\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ flöde ut genom kroppens $0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2$ begränsningsyta.

4. Beräkna med hjälp av Stokes' teorem vektorfältets $\mathbf{F}(x,y,z) = -y^3\mathbf{i} + z^{3/2}\mathbf{j} + x^2e^{z^3}\mathbf{k}$ linjeintegral

$$\oint_c \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

där kurvan $c$ är ytornas $z = (2+x)^2$ och $x^2 + y^2 = 1$ skärningskurva orienterad motsols sedd från långt borta på den positiva $z$-axeln.
Tips: i Stokes' teorem, använd en passande del av ytan $z = (2+x)^2$.