

Mat-1.1320 Matematiikan peruskurssi K2

Heikkinen/Lindfors

Tentti 25.2.2014

Kokeessa saa käyttää laskinta.

1. Etsi ja luokittele funktion $f(x, y) = (x^2 - 1)(y^2 - 4)$ kriittiset pisteet.
2. Määrä funktion $f(x, y) = (x - 1)^2 + 2y^2$ pienin ja suurin arvo kiekossa $x^2 + y^2 \leq 4$.

3. Laske

$$\iint_D xy \, dA,$$

kun

- a) D on kolmio, jonka kärkipisteinä ovat $(0, 0)$, $(0, 1)$ ja $(1, 0)$.
- b) D on neljäsosakiekkko $x^2 + y^2 \leq 4$, $x \leq 0$, $y \geq 0$.

4. Laske

$$\iiint_D xz \, dV,$$

kun D on epäyhtälöiden $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $z \geq 0$ määrittämä alue. Saatat tarvita pallokoordinaattimuunnosta

$$x = \rho \sin \phi \cos \theta$$

$$y = \rho \sin \phi \sin \theta$$

$$z = \rho \cos \phi$$

$$dV = \rho^2 \sin \phi \, d\rho \, d\phi \, d\theta.$$

5. Määrä differentiaaliyhtälön

$$y'' - 4y' + 4y = e^{3x}$$

ratkaisu, joka toteuttaa alkuehdot $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Vihje: yksittäisratkaisu löytyy yritteellä $y = ae^{3x}$.