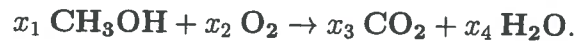


Tentti 17.1.2014 klo 13–17.

1. Määritä pienimmät positiiviset kokonaisluvut x_1, x_2, x_3, x_4 metanolin palamisen reaktiokaavassa



Ratkaise ongelma matriisimuodossa Gaussin eliminointimenetelmällä.

2. Olkoon $A = P D P^{-1}$, missä

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad D = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

Etsi yhtälön $Ax = 8x$ kaikki ratkaisut $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$.

(Huom. Tehtävän voi ratkaista lyhyesti laskematta matriiseja P^{-1} ja A . Voit toki laskea nämä matriisit, jos et keksi muuta ratkaisutapaa.)

3. a) Olkoon $r \in \mathbb{R}$ ja $n \in \mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$. Todista, että

$$(1 - r) \sum_{k=1}^n r^k = r - r^{n+1}.$$

b) Olkoon $|r| < 1$. Todista, että $\sum_{k=1}^{\infty} r^k = \frac{r}{1 - r}$.

4. Selitä lyhyesti, kuinka derivointi ja määrätty integraali liittyvät toisiinsa (Mitä sanoo *Analyysin peruslause* eli *Fundamental Theorem of Calculus*?).
5. Luvun $t > 0$ luonnollinen logaritmi $\ln(t)$ lasketaan kaavalla

$$\ln(t) = \int_1^t \frac{1}{x} dx.$$

Näytä tämän kaavan avulla, että $\ln(st) = \ln(s) + \ln(t)$.