

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

3. välikoe 13.5.2013 klo 16–19.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

- Määritä seuraavien pintojen tangenttitasot annetussa pisteessä:
  - paraboloidi  $z = x^2 + 3y^2$ , piste  $(2, 1, 7)$ .
  - ellipsoidi  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$ , piste  $(1, 1, 1)$ .
- Määritä funktion  $f(x, y, z) = x + y + z$  suurin ja pienin arvo ellipsoidilla  $x^2 + y^2 + 4z^2 = 9$  käyttämällä esim. Lagrangen kertoimia.
- Määritä tasoalueen

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \sin x, 0 \leq x \leq \pi\}$$

pinta-ala ja keskiö  $(\bar{x}, \bar{y})$ .

Vihje: Kaavasta  $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$  saattaa olla apua.

- $R$ -säteisen pallon  $B$  lämpötila  $T = T(\rho)$  laskee lineaarisesti keskipisteestä mitatun etäisyyden  $\rho$  funktiona arvosta 100 arvoon 0, jolloin  $T(\rho) = 100(1 - \rho/R)$ . Laske pallon keskilämpötila

$$\frac{1}{V} \iiint_B T \, dV.$$

- Johda lauseke  $R$ -säteisen pallon pinnalla sijaitsevan koordinaattiruudun pinta-alalle. Koordinaattiruutu määräytyy pallokoordinaattien kulmien avulla annetuista ehdoista  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$ .

**Lisätieto:** Eräitä trigonometrinen funktioiden arvoja:

$$\left[ \begin{array}{cccccc|cccc} \alpha & 0 & \pi/4 & \pi/2 & 3\pi/4 & \pi & 5\pi/4 & 3\pi/2 & 7\pi/4 & 2\pi \\ \sin(\alpha) & 0 & 1/\sqrt{2} & 1 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & -1 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ \cos(\alpha) & 1 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & -1 & -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 1 \end{array} \right]$$

**Huom. 1:** Tentin yhteydessä 30.5. voi uusia yhden välikokeen. Myös kaikkien uusintaan saapuvien täytyy ilmoittautua tenttiin. Tentti- ja uusintavälikoetehtävät ovat samalla paperilla ja niistä voi valita kokeessa joko yhden välikokeen tai tentin. Ilmoittautumisaika päättyy 23.5.

**Huom. 2:** Elokuussa järjestetään kesäopetuksena nykyisten kandiopintojen 2. vuoteen kuuluva matematiikan peruskurssi KP3-II, jonka esitiedoiksi riittää P2. Kurssi poistuu ohjelmasta ensi syksynä, jolloin sen korvaa kurssi Lineaarialgebra ja differentiaaliyhtälöt. Ilmoittautuminen on auki Oodissa.