

Teknillinen korkeakoulu

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

Alestalo

Tentti 26.2.2014.

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Tentissä ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita.

Valitse viisi (5) tehtävää kuudesta.

1. Määritä matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

diagonalisointi muodossa $A = PDP^T$.

2. a) Ratkaise alkuarvotehtävä $y' = 6xy$, $y(0) = 5$.
b) Differentiaaliyhtälöllä $y' = 5 + xy$ ei ole alkeisfunktioiden avulla esitettävää ratkaisua. Määritä alkuehtoa $y(0) = 4$ vastaavalle ratkaisulle likiarvo $y(0,4)$ käyttämällä Eulerin menetelmää askelpituudella $h = \Delta x = 0,2$.
3. Ratkaise alkuarvotehtävä $y'' - 6y' + 8y = 0$, $y(0) = y'(0) = 6$.
4. Määritä tason $x + 2y + 3z = 14$ pienin etäisyys origosta.
Vihje: Minimoi etäisyyden neliö $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ehdolla $g(x, y, z) = x + 2y + 3z - 14 = 0$ käyttämällä esim. Lagrangen menetelmää.
5. Määritä
a) tasoalueen $D = \{(x, y) \mid -2 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 4 - x^2\}$ pinta-ala ja keskiö.
b) joukon $K = \{(x, y, z) \mid 0 \leq z \leq 6xy, x \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1\}$ tilavuus.
6. a) Laske napakoordinaatiston avulla integraali

$$\iint_D e^{-x^2-y^2} dA,$$

kun $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq R, x \geq 0, y \geq 0\}$. Mitä tapahtuu, kun $R \rightarrow \infty$?

- b) Laske viivaintegraali

$$\int_C x dy,$$

kun käyrä C kulkee pisteestä $(3, 0)$ pisteeseen $(0, 3)$ pitkin origokeskisen ympyrän kaarta.